Limit Pointを含む弾塑性有限変位アルゴリズムの一考察

○名古屋大学　学生員　垣内辰雄
名古屋大学　正　員　宇佐美勉

1．はじめに

構造物の不安定現象に伴う荷重低下を考慮するため、Crisfieldの修正孤長法[1)]を適用する場合の2､3の問題点を検討したので報告する。

2．Modified Arc Length Method（修正孤長法）－Crisfield's approach

任意の釣合状態をΩ_nとし、Ω_nに近接する釣合状態のΩ_{n+1}状態における内力と外力のなす増分形の仮想仕事式から、次式で表される増分形式の剛性方程式が得られる。ここで定式化には、AULD（Approximate Updated Lagrangian Description）を用いた。

$$[K_t]\{\Delta D\}=\{R\}-\{F\} \tag{1}$$

$[K_t]=[K]+[K_\sigma]$：Ω_n状態の接線剛性行列　$\{R\}=\{\Delta P\}+\{P\}$：Ω_{n+1}状態の荷重ベクトル
$[K]$　：Ω_n状態の剛性行列　$=\lambda\{\hat{R}\}$　：λは荷重係数、$\{\hat{R}\}$は単位荷重ベクトル
$[K_\sigma]$　：Ω_n状態の幾何剛性行列　$\{\Delta P\}$　：Ω_nからΩ_{n+1}状態までの荷重増分ベクトル
$\{F\}$　：Ω_n状態の内力に等価な節点力ベクトル

Crisfieldの修正孤長法は、荷重増分法のように、荷重係数λを固定して変位増分$\{\Delta D\}$を求める方法ではなく、荷重係数λも変数として、繰り返し計算中可変とする方法で、その代わり拘束条件として、Ω_nからの変位増分のノルムを一定値ΔL_n（ΔL_nは孤長）とする方法である。この方法の基本アルゴリズムを図－1に示す。このアルゴリズムでの問題点は次の様である

① 孤長ΔL_nの適切な選択方法(アルゴリズム ①)
② 繰り返し計算中、$[K_t]$を固定する方法(MNR法)または変化する方法(FNR法)の選択(アルゴリズム ②)
③ 2次方程式の根の選択方法(アルゴリズム ③)

以下、各問題点について述べる。

①については、各荷重ステップの初めに更新される孤長ΔL_nが、次の釣合状態の計算に直接影響するため、孤長ΔL_nの決定に十分な検討が必要である。そこで、文献2)を参考に4タイプの孤長ΔL_nを用いて実行する。ここで、I_dは最適な繰り返し回数、I_{n-1}は一つ前の荷重ステップで用いられた繰り返し回数である。

$$\Delta L_n=\Delta L_{n-1}\,(I_d/I_{n-1})\qquad I_d=5 \tag{2}$$

$$\Delta L_n=\Delta L_{n-1}\sqrt{(I_d/I_{n-1})}\qquad I_d=5 \tag{3}$$

$$\Delta L_n=\Delta L_{n-1}\sqrt{(I_{n-1}/I_d)}\qquad I_d=2 \tag{4}$$

$$\Delta L_n=\Delta L_{n-1}\sqrt[4]{(I_{n-1}/I_d)}\qquad I_d=2 \tag{5}$$

式(2)､(3)において､自由度が小さい場合(1～25)は$I_d=5$とセットし、大きい場合(25～250)は$I_d=6$とセットする。

②については、一般に、MNR（Modified Newton-Raphson）法の方が計算時間が短く有用である。しかし、非線形状態では、FNR（Full Newton-Raphson）法を用いた方が少ない繰り返し数で収束すると考えられる。したがって、両者の長所を活かす選択が必要である。

最後に③については、荷重ステップの値$\Delta\lambda$を予想されるピーク荷重（P_{max}）の約1／20で与えると（弾性問題では十分と思われる）、構造物によっては荷重係数の修正値$\delta\lambda$が虚数となる。この原因として、設定した孤長ΔL_nの値が大きすぎると考えられ、以下の方法で孤長ΔL_nの値を小さくする。

(a) $\Delta\lambda/P_{max}$を1／20より小さくし、荷重ステップを大きくする。

(b) 先の①、②を組み合わせ孤長ΔL_nの値を小さくする。

(c) 文献2)にあるように、孤長ΔL_nの値を荷重係数の修正値$\delta\lambda$が虚数の場合、

$$\Delta L_n = \Delta L_n / 2 \tag{6}$$

として、前の釣合状態に戻って再度計算を始める。

なお、(c)の操作は、ﾌﾟﾛｸﾞﾗﾑが複雑なため、ここでは(a)、(b)の場合を考える。

3．まとめ

初期不整（$\delta_0 / \ell = 0.001$）を持つ残留応力を考慮した箱形断面柱（図−2）の荷重−変位曲線を文献3)と比較した結果、妥当な精度が得られた。ここでは、①に関して、非線形挙動の付近で孤長ΔL_nは小さくなる傾向にある式(3)を用い、②に関しては、MNR法を用いた。

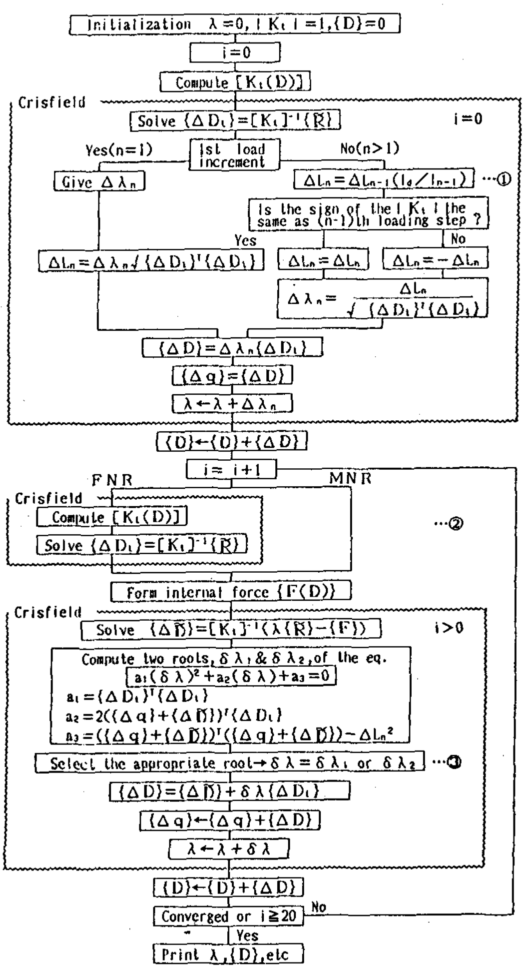
今後、種々の構造について、問題点①、②、③を比較検討し、少ない荷重ｽﾃｯﾌﾟで計算時間を短縮する方法と、非線形挙動付近での孤長ΔL_nの値を適切に減少させ、より良く収束させる方法について考察する。

参考文献

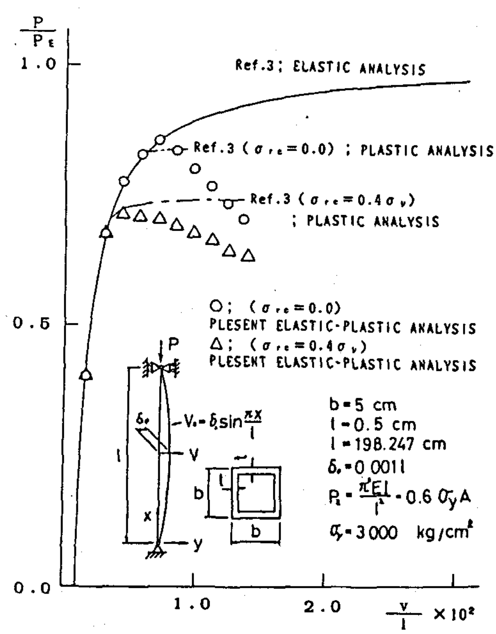
1)M.A.Crisfield：A Fast Incremental/Iterative Solution Procedure That Handles "Snap-Through", Computers & Structures Vol.13,pp.55-62,1981.

2)P.X.Bellini And A.Chulya：An Improved Automatic Incremental Algorithm For The Efficient Solution Of Nonlinear Finite Element Equations,Computers & Structures Vol.26,pp.99-110,1987.

3)S.Komatsu AndT.Sakimoto：Nonlinear Analysis Of Spatial Frames Consisting Of Members With Closed Cross-Sections,Proc.of JSCE,No.252,Aug,1976.



図−１ 修正孤長法のアルゴリズム



図−２ 初期不整を持つ残留応力を考慮した箱形断面柱の荷重−変位曲線