

局部座屈を考慮した立体骨組み構造物の強度と設計

名古屋大学 学生員 ○小野 弘康

名古屋大学 正 員 宇佐美 勉

1. はじめに

本研究は、立体骨組み構造物を対象とした有効幅理論に基づいた計算手法を用いて局部座屈を考慮した強度解析を行い、また幅厚比の比較的大きな板要素からなる圧縮部材の実用的な設計公式を提案することを目的としている。

2. 解析手法

本研究では、局部座屈後の部材の挙動を知るための有効な方法と考えられる有効幅理論に基づく近似解析を用いることにする。この解析法の特徴は弾性計算だけで済むため計算が簡単なことである。また、この解析手法は局部座屈を考慮しない通常の弾性有限変位解析と大きく変わらない。ただ一つの相違点は、各荷重段階における応力状態によって定まる有効断面(構成板パネルの有効幅により求める)の変化を考慮することだけであり、部材の極限強度(耐荷力)は初期降伏荷重とする。収束計算には修正Newton-Raphson法を用い、積分にはGaussの数値積分法を用いた。

3. 定式化

本研究で用いた解析方法は通常用いられているマトリックス法による立体骨組み構造物の弾性有限変位解析を有効幅理論を用いて修正したものである。定式化は、有限変位に対する仮想仕事式に基づいてAULD記述を用いて文献1)を参考にして行った。ここで、有効断面は収束計算中不変と仮定し、この仮定および剛性方程式の線形化に伴う誤差は、不釣り合い力を剛性方程式に残すことにより防いでいる。軸方向変位および軸方向回転量は1次、たわみは3次多項式を仮定し以下のような1節点あたり6自由度の棒要素を用いる。

$\{\Delta d\} = [\Delta u_i, \Delta v_i, \Delta w_i, \Delta \phi_i, \Delta w_i', \Delta v_i', \Delta u_j, \Delta v_j, \Delta w_j, \Delta \phi_j, \Delta w_j', \Delta v_j']^T$
ある要素における任意断面($0 < x < l$)の変位成分は近似的に要素端の変位を用いて次のように表せる。

$$\Delta u = [N_1] \{\Delta d_u\}, \quad \Delta v = [N_2] \{\Delta d_v\}$$

$$\Delta w = [N_2] \{\Delta d_w\}, \quad \Delta \phi = [N_1] \{\Delta d_\phi\} \quad \text{ここで、}[N_1], [N_2] \text{はそれぞれ1次, 3次の補間関数である。}$$

$$\{\Delta d_u\} = [\Delta u_i, \Delta u_j]^T, \quad \{\Delta d_v\} = [\Delta v_i, \Delta v_i', \Delta v_j, \Delta v_j']^T$$

$$\{\Delta d_w\} = [\Delta w_i, -\Delta w_i', \Delta w_j, -\Delta w_j']^T, \quad \{\Delta d_\phi\} = [\Delta \phi_i, \Delta \phi_j]^T$$

変位成分の添字*i, j*は、それぞれ*x*=0および*x*=*l*での変位成分であることを示す。

"deformed"状態において体積力がないとしたときの仮想仕事式は増分形式で次のようにあらわせる。

$$\int_V (\sigma_{ij} + \Delta \sigma_{ij}) \delta \Delta e_{ij} dv - \int_V (T_i + \Delta T_i) \delta \Delta u_i ds = 0 \quad (1)$$

$\Delta \sigma_{ij}$ および Δe_{ij} は線形項と非線形項に分けられるとし、さらに3次以上の高次項を省略し変形する。

$$\int_V (\Delta \sigma_{ij}^L \delta \Delta e_{ij}^L + \sigma_{ij} \delta \Delta e_{ij}^{NL}) dv = \int_V \Delta T_i \delta \Delta u_i ds + \int_V T_i \delta \Delta u_i ds - \int_V \sigma_{ij} \delta \Delta e_{ij}^L dv \quad (2)$$

上式をマトリックス表示する。

$$[k_L + k_0] \{\Delta d\} = \{\Delta p\} + \{p\} - \{f\} \quad (3)$$

ここで、 $[k_L + k_0]$ は剛性マトリックス、 $\{\Delta p\}$ は荷重増分ベクトル、 $\{p\}$ は荷重ベクトル、 $\{f\}$ は内力に等価な節点力ベクトルである。

$$[k_L + k_0] \{\Delta d\} = \int_V (\Delta \sigma_{ij}^L \delta \Delta e_{ij}^L + \sigma_{ij} \delta \Delta e_{ij}^{NL}) dv$$

$$= \begin{bmatrix} [k_{11}] & [k_{12}] & [k_{13}] & [0] \\ & [k_{22}] & [k_{23}] & [k_{24}] \\ \text{sym.} & & [k_{33}] & [k_{34}] \\ & & & [k_{44}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta d_u\} \\ \{\Delta d_v\} \\ \{\Delta d_w\} \\ \{\Delta d_\phi\} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
[k_{11}] &= \int_0^L E A [N_1']^T [N_1'] dx, \quad [k_{12}] = \int_0^L E G_z [N_1']^T [N_2''] dx, \quad [k_{13}] = \int_0^L E G_y [N_1']^T [N_2''] dx \\
[k_{22}] &= \int_0^L \{ E I_z [N_2'']^T [N_2''] + N [N_2']^T [N_2'] \} dx, \quad [k_{23}] = \int_0^L E I_{yz} [N_2'']^T [N_2''] dx \\
[k_{24}] &= \int_0^L M_y [N_2'']^T [N_1'] dx, \quad [k_{33}] = \int_0^L \{ E I_y [N_2'']^T [N_2''] + N [N_2']^T [N_2'] \} dx \\
[k_{34}] &= \int_0^L M_z [N_2'']^T [N_1'] dx, \quad [k_{44}] = \int_0^L \{ G J [N_1']^T [N_1'] + K [N_1']^T [N_1'] \} dx
\end{aligned} \quad (5)-(13)$$

$$\text{また、} \{f\} = \int_0^L \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} dv = \begin{cases} \{f_1\} \\ \{f_2\} \\ \{f_3\} \\ \{f_4\} \end{cases} \quad (14) \quad \text{ここで、} \begin{cases} \{f_1\} = \int_0^L N [N_1']^T dx & (15) \\ \{f_2\} = \int_0^L M_z [N_2'']^T dx & (16) \\ \{f_3\} = \int_0^L M_y [N_2'']^T dx & (17) \\ \{f_4\} = \int_0^L M_{xy} [N_1']^T dx & (18) \end{cases}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
G_z &= \int_0^L y dA, \quad G_y = \int_0^L z dA, \quad I_z = \int_0^L y^2 dA, \quad I_y = \int_0^L z^2 dA, \quad I_{yz} = \int_0^L y z dA, \quad J = \int_0^L \theta^2 dA \\
N &= \int_0^L \sigma_{xx} dA, \quad K = \int_0^L \sigma_{xx} \{z^2 + y^2\} dA, \quad M_y = \int_0^L \sigma_{xx} z dA, \quad M_z = - \int_0^L \sigma_{xx} y dA
\end{aligned} \quad (19)-(28)$$

4. 板パネルの有効幅公式について

有効断面を計算するために必要な有効幅公式は文献2)より以下の式とする。

①両端圧縮の場合($\sigma_1 = \sigma_2$)

図-1.(a)のように有効幅 b_e を定義し、 b_e は次式より求める。

$$b_e/b = 0.7 \sqrt{\sigma_{cr}/\sigma_1} \leq 1.0 \quad (29)$$

②両端圧縮の場合($\sigma_1, \sigma_2 > 0$)

$$b_{e1}/b = 0.35 \sqrt{\sigma_{cr}/\sigma_1} \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
b_{e2}/b &= \{1 + \xi(1 - \sigma_2/\sigma_1)\} \cdot b_{e1}/b \\
&= (1 + \xi \cdot \psi) b_{e1}/b
\end{aligned} \quad (31)$$

$$b_{e1} + b_{e2} \leq b \quad (32)$$

③一端圧縮,他端引張の場合($\sigma_1 > 0, \sigma_2 < 0$)

$$b_{e1}/b = \xi(30) \quad (33)$$

$$b_{e2}/b = (1 + \xi) b_{e1}/b \quad (34)$$

$$b_{e1} + b_{e2} \leq b - b_{e3}$$

ここで、 σ_1, σ_2 は板パネル両端での最大, 最小圧縮応力をあらわす。

σ_{cr} は四辺単純支持無限長板の線形座屈応力をあらわす。

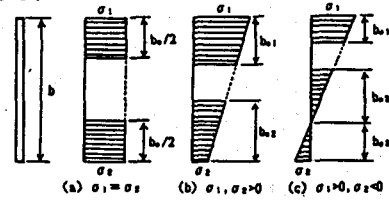


図-1. 板パネルの有効幅

式中の ξ の値は

$$\begin{aligned}
\xi &= 1.3 \quad (0.0 \leq \psi \leq 1.0) \\
&= 0.6 + 0.7\psi \quad (1.0 \leq \psi \leq 2.0) \text{ とする。}
\end{aligned}$$

また、 $\psi = (\sigma_1 - \sigma_2)/\sigma_1$ である。

5. 解析結果

細長比(L/r)が39.30, 幅厚比(b/t)が60である正方形箱形断面一軸偏心圧縮柱(偏心量 $e/r=2.685$)を有効幅理論に基づいて解析した結果を図-2.に示す。数値計算では部材長の半分の10等分割し、部材中央断面の最圧縮フランジが降伏荷重に達したときに部材は極限状態になったとみなし、その荷重で計算を打ち切っている。荷重増分として予想最高荷重の1/10を用いた。また、Gauss積分は4点で行った。その他の解析結果及び設計公式は講演当日発表する予定である。

6. 参考文献

- 1) S.L.Chan and S.Kitipornchai: Geometric nonlinear analysis of asymmetric thin-walled beam-columns, Eng.Struct., 1987, Vol.9, October
- 2) 宇佐美勉, 福本啓士: 鋼圧縮部材の連成座屈強度実験と有効幅理論による解析, 土木学会論文報告集, 第326号, 1982年10月。

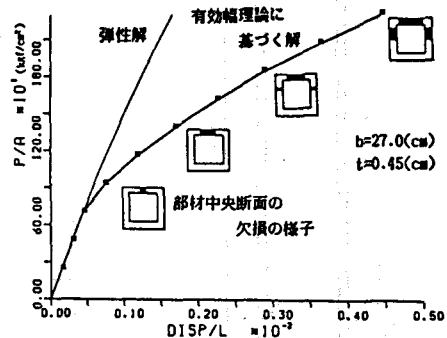


図-2. 平均応力と部材中央断面のたわみとの関係