I －12

分布荷重下の骨組構造系の有限変位挙動

岐阜大学　学生員　○内藤幹夫
東京大学　　　　　S.-X. Gong
岐阜大学　正　員　　藤井文夫

1．はじめに　有限変位問題におけるひとつの問題点は，部材長に渡って作用する分布荷重の取り扱いである。有限変位問題で扱われる計算例題の多くは節点外力を対象としたものばかりであることがその取り扱いが難しいことを示すひとつのあらわれである。線形問題においてもそうであるが，分布荷重に対応する荷重項の評価は，一般に曲線部材になるほど，高次の定式化になるほど困難となり，数値積分の手段に頼らざるを得ない。ところが実際の構造系に作用する荷重系の多くは死荷重・風圧・水圧などのように分布荷重として作用する場合が殆どである。そこで本研究はこの分布荷重の取り扱いが容易となるよう，定式化の容易な直線はり要素についてまず区間伝達行列を求め[1]，つぎにこれをより汎用性のある剛性行列に変換して分布荷重項を解析的に求めた。分布荷重の作用形態はFig.1 にもあるように，重力型・液圧型・風圧型の３種類について検討した。いずれの場合にも荷重項は比較的簡単に積分でき，陽表現の公式で表せる。

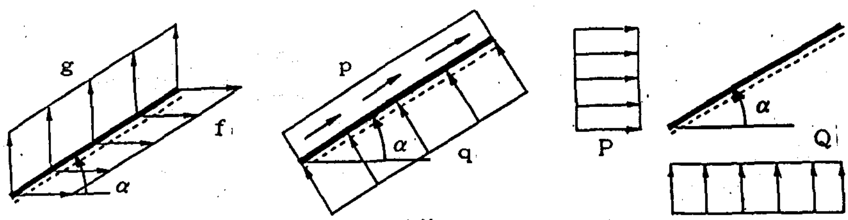

Fig.1　分布荷重の作用形態

2．伝達関係から剛性関係へ　　文献（1）のなかで与えられた任意曲線部材のための区間伝達行列を，直線はりについて簡略化すると，つぎのようになる。

$$\begin{Bmatrix} P \\ Q \\ M \\ U \\ V \\ \theta \\ 1 \end{Bmatrix}_B = \left[\begin{array}{cc|c} \underset{(3\times3)}{E} & \underset{(3\times3)}{O} & \begin{matrix} Pe \\ Qe \\ Me \end{matrix} \\ \hline \underset{(3\times3)}{DE} & \underset{(3\times3)}{R} & \begin{matrix} Ue \\ Ve \\ \theta e \end{matrix} \\ \hline 0\,0\,0 & 0\,0\,0 & 1 \end{array}\right] \begin{Bmatrix} P \\ Q \\ M \\ U \\ V \\ \theta \\ 1 \end{Bmatrix}_A \qquad \text{式（1）}$$

ここに，E，D，Rはそれぞれつり合い行列，たわみ性行列，剛体変位行列で，（P_e，Q_e，M_e，U_e，V_e，θ_e）が分布荷重の影響を表し，これらは片持ちはりのつり合い条件と変形公式を用いて評価できる。この区間伝達関係を剛性関係に変換すると，

$$\begin{Bmatrix} P_A \\ Q_A \\ M_A \\ P_B \\ Q_B \\ M_B \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} \underset{(3\times3)}{-(DE)^{-1}R} & \underset{(3\times3)}{(DE)^{-1}} \\ \hline \underset{(3\times3)}{-D^{-1}R} & \underset{(3\times3)}{-D^{-1}} \end{array}\right] \begin{Bmatrix} U_A \\ V_A \\ \theta_A \\ U_B \\ V_B \\ \theta_B \end{Bmatrix} + \left\{\begin{array}{c} -(DE)^{-1}\begin{Bmatrix} Ue \\ Ve \\ \theta e \end{Bmatrix} \\ \hline \begin{Bmatrix} Pe \\ Qe \\ Me \end{Bmatrix} - D^{-1}\begin{Bmatrix} Ue \\ Ve \\ \theta e \end{Bmatrix} \end{array}\right\} \qquad \text{式（2）}$$

となる。ここで分布荷重と等価な節点外力は第７列目に来るわけであるが、行列 $\mathbf{E}$ がきわめて簡単であるため $\mathbf{E}^{-1}$ の計算は容易である。$\mathbf{D}^{-1}$ についてはその計算は多少煩雑ではあるが、結果的には解析的に簡単な形で評価できる。結論としてこの第７列目の等価節点外力は、先の重力型・液圧型・風圧型の３種類の分布荷重の作用形態(Fig.1) について陽な積分公式として求めることができる。式（２）は全体量に対する要素剛性方程式であるが、これを解析微分して先に要素レベルでの接線方程式を求めておき、重合わせて系全体の接線方程式を求める。以下非線形方程式の解法は全て軌道追跡型の解法スキーム[2,3,4] に依った。

３．計算例　昨年の発表[4] ではエラスチカ３連モーメント定理によるアーチのルーピング挙動について報告したが、今回は軸線の不伸長性の仮定を取り除いたより一般的な解析を行った。解曲線の最初の折り返し点の前後では何らの数値不安定性もなく解析できた。ところが２番目の折り返し点直後、刻み幅をいくら小さくとっても図中の点線方向に伸びる近接した分枝に飛び移ってしまった。この解決方法として各要素の節点ABの定義を系の左半分右半分について対称にしたら，本来の解曲線を辿ってくれた。これは式（１）の誘導の仕方と関係ある。詳細は講演当日発表予定である。

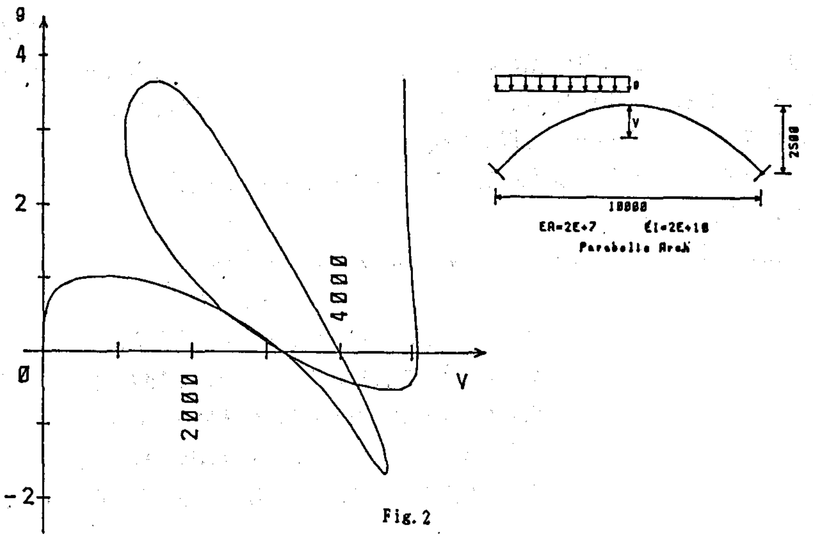

Fig.2

４．まとめ　①汎用性のより高い変位法による有限変位解析のための簡略剛性行列を得た。②重力型・液圧型・風圧型の３種類の分布荷重について等価節点外力を陽な積分公式を導いた。③これら異なる分布荷重の作用形態は線形解析では区別できないが（例えば水平部材の場合），有限変位挙動においては明らかな違いがある。

参考文献

(1) Fujii, F. and Gong,S.-X.,"Field transfer matrix for nonlinear curved beams", ST.,Proc. of ASCE, No.3,1988, 675-692.

(2) 藤井文夫，今井康幸，“アーチのルーピングつり合い曲線の追跡に見る篠原法について”，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集、第１２巻　１９８８年7月

(3) Fujii, F. "A scheme for elasticas with snap-back and looping", EM., Proc. of ASCE, 1989

(4) 今井康幸，藤井文夫　” ３連モーメント定理によるsnap-back およびlooping を含むElastica解析”中部支部研究発表会、金沢大学、１９８８年3月