半剛結骨組の非弾性臨界挙動の解析

名古屋工業大学　正員 ○後藤芳顯
名古屋工業大学（大学院博士課程後期）　正員　鈴木五月
名古屋工業大学　正員　松浦　聖

1．はじめに： 近年、はりと柱の結合部の非弾性特性を考慮した骨組(Semi-Rigid Frame)の設計法を確立する動きが欧米を中心にある。限界状態設計法においても、部材単位の設計を行う場合には、通常、部材の非弾性特性は部材照査式の中で考慮され、断面力ならびに有効座屈長の算定では幾何学的非線形性のみ考慮される。しかし、半剛結骨組におけるはりと柱の結合部の非弾性特性は低荷重から現れるため、上記の設計法のわく内で設計を行う場合も、断面力ならびに有効座屈長算定に、幾何学的非線形性の他に、少なくとも結合部の非弾性特性を考慮しなければならない。この種の解析は比較的多く報告されているが、著者の知る範囲では、継手の非弾性特性ならびに、骨組の幾何学的非線形挙動を厳密に扱った例はほとんどない。すなわち、有効座屈長の算定に必要な完全系の非弾性分岐挙動はいうまでもなく、不完全系の極限点ですら正しく解析された例は少なく、弾性構造に比べ、複雑な挙動を示す半剛結骨組の非弾性臨界挙動に関する正確な情報が欠如している。

以上のような観点から、ここでは、継手の非弾性特性をより厳密に考慮し、さらに半剛結骨組の臨界挙動を正確に解析するための手法を検討した。

2．はり・柱部材の剛性方程式と接線剛性方程式：

骨組の解析において、幾何学的非線形の影響を考慮するため、ここでは、はり・柱部材の支配方程式として、表-1に示す非線形はり-柱の式を用いる。剛性方程式は表-1の支配方程式から解析的に式(1)に示すものを誘導し[1]、接線剛性方程式は剛性方程式を増分することにより式(2)のように得た。これらの式は閉じた形の式であるので、1部材1要素として離散化が可能となる。

表－1　はり柱の支配方程式

理　論	つり合い式	断面力-変位の関係
非線形はり-柱	$(Nv_0'+M')'+Py=0$ $N'=0$	$M=-EIv_0''$ $N=EA(u_0'+\frac{1}{2}v_0'^2)$

$$f_i=k_{ij}(\tilde{N}_1)d_j+k_{ijk}(\tilde{N}_1)d_jd_k+\tilde{p}_y\ell_{ij}(\tilde{N}_1)d_j+\tilde{p}_y\ell_i(\tilde{N}_1)+\tilde{p}^2{}_yC_i(\tilde{N}_1) \quad (1)$$

$$\Delta f_i=\Delta k_{ij}\Delta d_j+\Delta C_i\ \Delta p_y \quad (2)$$

ここに、表示は総和規約を用いており、$(\tilde{N}_1)$は軸力の関数であること示している。

3．結合部のモデル化： 結合部は作用曲げモーメント(M)に対して相対回転角(θr)を生ずる回転ばねとしてモデル化を行った。単調増加荷重下の構成則は、実験値を指数関数近似した高精度の修正 Exponential Model[2]を用いる。履歴挙動に関する構成則については、実験結果が少ないので、ここでは単純なIndependent Hardening Modelを用いる。これら結合部に関するモデルを図示すると図-1のようになる。

4．非弾性臨界挙動の解析： 周知のように、骨組の安定に関するつり合い経路上の特異点は臨界点と呼ばれ、これはさらに極限点と分岐点に分類できる。

完全系ならびに完全系の極限点の解析については、弾性体と同様、弧長増分法を用いれば、その特異点は容易に除去でき、十分な精度で解析できる。ここでは、継手の構成則が全ひずみ型で表現されているので、Newton-Raphson法と組み合わせることにより解析する。

一方、完全系の分岐挙動については、分岐点が本質的な特異点となる他、非弾性体の場合、この点で除荷を伴うことが多く、剛性変化が不連続に起こるため、弾性体に比べその挙動は複雑になる。ここでは、分岐

点の特定に、Hillによる解の唯一性の十分条件の対偶を接線剛性方程式を用いて書き換えた必要条件式を用いる。この条件式は、全体系の基本経路(f)、及び、分岐経路(b)に沿う接線剛性方程式をそれぞれ

$$\Delta F_i = \Delta K^f_{ij} \Delta u^f_j \quad , \qquad \Delta F_i = \Delta K^b_{ij} \Delta u^b_j \qquad (3a,\ b)$$

と表すと次式のように表される。

$$(\Delta u^b_i - \Delta u^f_i)\Delta K^f_{ij}(\Delta u^b_j - \Delta u^f_j) + (\Delta u^b_i - \Delta u^f_i)(\Delta K^b_{ij} - \Delta K^f_{ij})\Delta u^b_j = 0 \qquad (4)$$

分岐点は、式(4)より、接線係数荷重以上に存在することがわかる。接線係数荷重で分岐する場合には式(4)の左辺第１項が零となるので、分岐方向で除荷する結合部は分岐の瞬間中立変形状態となることが必要である。したがって、この場合、まず、除荷する結合部を仮定し、ΔK^b_{ij}を評価する。つぎに、式(3,b)より単位荷重増分に対して、増分変位を計算し、除荷を仮定した結合部で中立状態にあるか否を検証する。仮定と一致しておれば、分岐点と分岐経路方向への増分変位が得られたことになる。もし、一致しない場合には除荷する箇所を仮定し直して、同じ手順を繰り返す。いずれの仮定も計算結果と一致しない場合は、接線係数荷重での分岐が生じないことになる。この場合、荷重を増分し、接線係数荷重以上での分岐を検討する。その手法は上記とほぼ同様であるが、本場合は、除荷する結合部は分岐の瞬間も除荷して良いので、この条件を中立変形の条件に代えて用いる。

５．数値計算例：図-１の継手をもつ、図-２に示す２層１径間ラーメンの完全系と不完全系を対象とした。主荷重は鉛直荷重とし、これが集中荷重として柱上に作用する場合と、はり上に分布して作用する場合とを解析した。なお、完全系では鉛直荷重のみを考慮し、不完全系では鉛直荷重の他に、水平荷重を初期不整として与えた。載荷は、鉛直荷重と変位ベクトル空間における弧長の単調増加によった。図-３には、水平変位と鉛直荷重との関係を示しているが、これより鉛直荷重の載荷形態により、その挙動が大きく異なっている。すなわち集中荷重の場合は分布荷重に比べ、分岐後の荷重低下が著しく、初期不整に対しても敏感で、最大荷重が大きく低下する。ここでは示していないが、この傾向は他の矩形骨組の場合も同様に認められた。

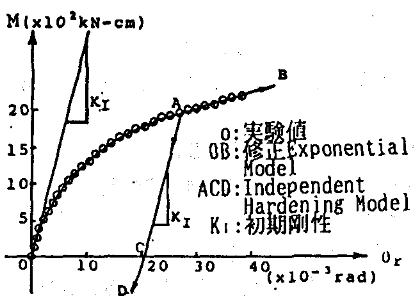
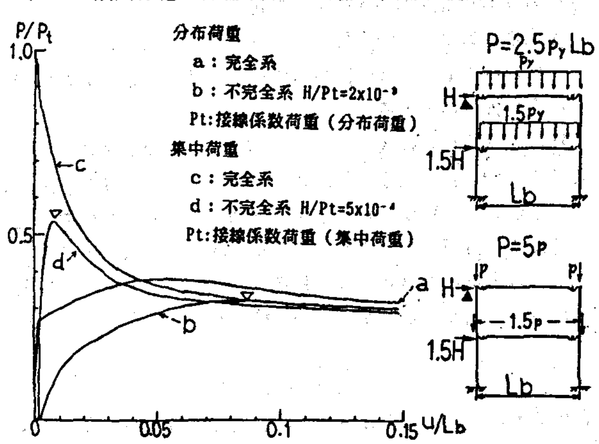


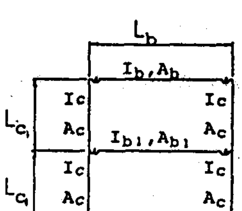
図-1 結合部の構成則(上下アングルボルト継手)



Pt:接線係数荷重(集中荷重) u:水平変位

△:Pmax ▲:水平変位を示した接点

図－３　解析結果



I_b=886.6 cm⁴
I_{b1}=2576 cm⁴
I_c=470.3 cm⁴
A_b=A_{c1}=30.19 cm²
A_{b1}=33.94 cm²
A_c=24.71 cm²
L_b=2L_{c1}=254.0 cm
E_b=E_c=1.998x10⁵ MPa

図－２　計算モデル

参考文献 1)Goto,Y. and Chen,W.F.: Second Order Elastic Analysis for Frame Design, Journal of Structural Div., ASCE, Vol.113, No.ST7, July,1987, pp1501-1591 2) Kishi,N. and Chen,W.F.:Data Base of Steel Beam-to-Column Connections, Structural Engineering Rep-ort No. CE-STR-86-26, School of Civil Engineering, Purdue Univ., West Lafayette Indiana, 1986