

2つのクラックによる面外散乱特性

東海大学海洋学部 学生員 ○寺田 完次
東海大学海洋学部 正 員 北原 道弘

1. はじめに

昨年度著者は、単一クラックの場合について、クラックの動的面外開口変位を積分方程式法により定式化し、開口変位の数値解析結果を示した⁽¹⁾。本報告では、この結果をもとに大小2つのクラックが存在する場合の散乱波の一散乱特性について考える。ここでは、散乱特性として放射パターンに着目した。

2. クラックによる面外散乱問題

図1に示すように、無限体中に大小2つのクラックが存在する場合を考える。面外散乱問題の基礎式は、次のようである。

$$\mu (\Delta + k_T^2) u_3(\mathbf{x}, \omega) = 0 \quad (1)$$

ここに、 u_3 は面外変位、 k_T は横波の波数である。図1のクラック問題に対し、クラック面上の開口変位 $\Delta u_3 (=u_3^+ - u_3^-)$ を未知量とする積分方程式として次式を得る。

$$-\sigma_{32}^I(x_1, 0) = \mu \left[\frac{\partial}{\partial x_2} \int_{\Gamma_1 + \Gamma_2} \sigma_{32}^G(\mathbf{x}; y_1, 0) \Delta u_3(y_1) dy_1 \right]_{x_2=0} \quad (2)$$

ここに、 σ_{32}^I は入射波による応力成分、また、 σ_{32}^G は応力に関する無限体中のグリーン関数であり、次のように表現される。

$$\sigma_{32}^G(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = \mu \frac{\partial}{\partial y_2} u_3^G(\mathbf{x}; \mathbf{y}) \quad (3)$$

$$u_3^G(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = \frac{1}{4\mu} H_0^{(1)}(k_T r), \quad r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}| \quad (4)$$

式(2)を解くことによりクラック面上の開口変位 Δu_3 が決まる。

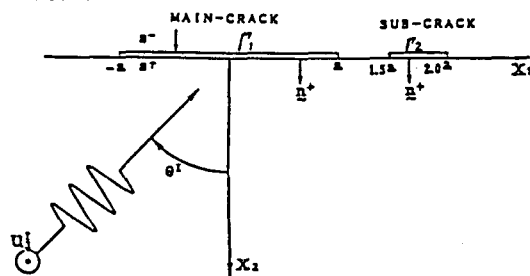


図1 クラックと入射波 u_3^I

3. 散乱波の Far - Field 表現

クラック面上の開口変位 Δu_3 により、散乱波 u_3^S の積分表現は次のようになる。

$$u_3^S(\mathbf{x}) = \int_{\Gamma_1 + \Gamma_2} \sigma_{32}^G(\mathbf{x}; y_1, 0) \Delta u_3(y_1) dy_1 \quad (5)$$

この散乱波の Far - Field 表現を考える。式(3)、(4)において $r \rightarrow \infty$ のとき、ハンケル関数 $H_0^{(1)}(\cdot)$ の漸近展開は、次のようである。

$$H_0^{(1)}(k_T r) = \sqrt{\frac{2}{\pi k_T r}} e^{i(k_T r - \pi/4)}, \quad r \rightarrow \infty \quad (6)$$

図2より、 $r \rightarrow \infty$ のとき、 r は次のように表現できる。

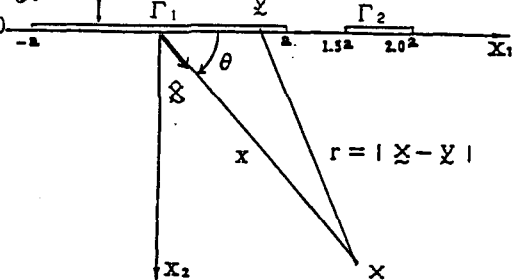


図2 Far - Field 表現

$$r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}| \sim x - \delta \cdot y \quad (7)$$

ここで、 x , δ は、次のようである。

$$x = |\mathbf{x}| = (x_1^2 + x_2^2)^{1/2} \\ x_1 = x \cos \theta, \quad x_2 = x \sin \theta \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{x}}{x} = \left(\frac{x_1}{x}, \frac{x_2}{x} \right)$$

式(7)を式(6)に代入し、式(3)、(4)を考慮すると、応力に関するグリーン関数の Far - Field 表現は次のようになる。

$$\sigma_{32}^G(\mathbf{x}; y_1, 0) =$$

$$\left[\frac{1}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k_T}} e^{j(k_T x - \pi/4)} \{ (-i k_T) \hat{x}_2 e^{-i k_T \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y}} \} \right]_{y_2=0} \quad (9)$$

これより、散乱波 u_3 に対する積分表現(5)は、次のようになる。

$$u_3^G(\mathbf{x}) = \frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k_T}} e^{j(k_T x - \pi/4)}$$

$$\times \int_{\Gamma_1 + \Gamma_2} [(-i k_T) \hat{x}_2 e^{-i k_T \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y}}]_{y_2=0} \Delta u_3(y_1) dy_1 \quad (10)$$

上式で、距離に関係する $\sqrt{1/X}$ を除いた項を放射パターンと呼び、ここでは放射パターンを次のように定義する。

$$G(\theta) =$$

$$\int_{\Gamma_1 + \Gamma_2} [(-i k_T) \hat{x}_2 e^{-i k_T \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y}}]_{y_2=0} \Delta u_3(y_1) dy_1 \quad (11)$$

4. 数値解析例

1つのクラックの場合について、式(11)と式(2)より得られる放射パターンの精度チェックを行った

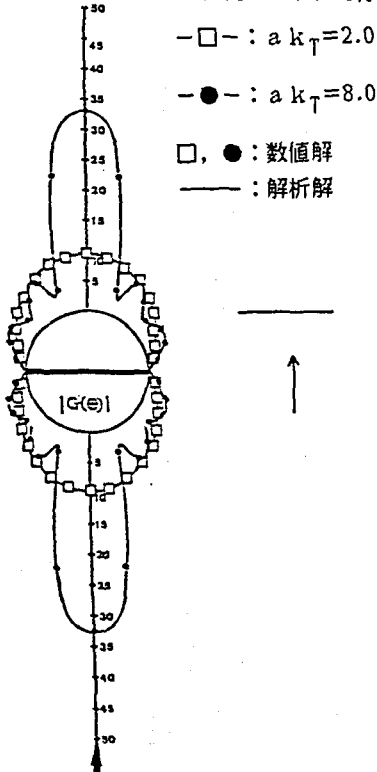


図3 単一クラックの場合の放射パターンの精度

のが図3である。結果は、クラックの半分の長さ a で無次元化した波数 $a k_T = 2$ と 8 の場合について示した。記号□と●が、式(11)と式(2)による結果であり、実線はチェビシェフ多項式による解析解⁽²⁾：
 $G(\theta) =$

$$4 \pi \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n \frac{\cos(\theta - \pi/2)}{\sin(\theta - \pi/2)} J_n \{ a k_T \sin(\theta - \pi/2) \} \quad (12)$$

である (a_n はチェビシェフ多項式の係数)。

図4に1つのクラック(図2の主クラックのみ)と2つのクラック(図2の主クラックと副クラック)が存在する場合の放射パターンの比較を示した。記号●が主クラックのみの場合、△が主クラックと副クラックが存在する場合である。

参考文献

[1] 寺田, 北原; 積分方程式法によるクラックの動的面外開口変位の解析, 土木学会中部支部研究発表講演集, PP.120 - 120.1988.

[2] 寺田, 北原; クラックによるSH波の散乱問題の解析, 土木学会中部支部研究発表講演集, PP. 60 - 61.1987.

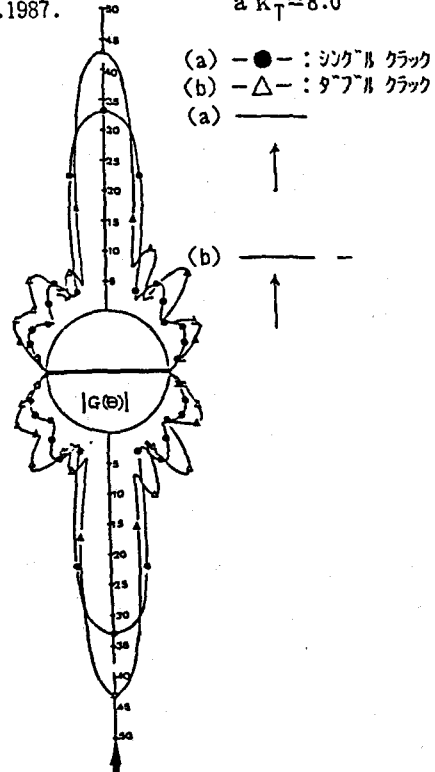


図4 1つと2つのクラックの放射パターンの比較