I－3

境界要素法による異方性材料の同定解析

信州大学　学生員　○楠　英人
同上　正会員　大上　俊之

1．まえがき

本研究は，直交異方性の弾性体を対象に材料定数に関する同定問題を，2次元境界要素法を用いて解析しようとするものである。順解析（通常解析）の結果と観測データに対して最小2乗法を適用することにより同定を行うものであり，数値計算例を用いてその適用性について検討する。

2．解析手順

2．1　直交異方性体の境界要素解析　　ここでは，直交異方性材料に対する境界要素法の弾性基本解としてDumir－Mehtaの解[1]を用いる。弾性主軸の方向が全体座標系 x_i と一致する場合は，基本解をそのまま用いて通常の境界要素解析と同様に方程式（1）が得られる。［H］，［G］は基本解およびその導関数に関する係数マトリックスであり，｛u｝，｛p｝はそれぞれ境界要素の変位ベクトル，表面力ベクトルである。一方，主方向が x_i 軸と角度 θ だけ傾いている場合には，主方向と一致するように座標軸の回転によって新しい座標系 x_i' に変換し，その後，支点については全体座標系 x_i に戻して解析を行えばよい。この場合には，x_i 系と x_i' 系の間に座標変換マトリックス［L］を用いて式（2）の関係が成立するので，式（1）に対する方程式は式（3）となる。したがって，x_i' 系において式（3）の方程式を解き，その後，あらためて x_i' 系から x_i 系への逆変換を行うことによって，弾性主軸の方向が任意の方向に傾いている場合の解が得られることになる。

2．2　同定解析　　直交異方性材料の同定解析として，測定変位に対して計算変位が許容誤差内におさまるように弾性係数E，Gおよびポアソン比 ν を決定することを考える。よって u_i と $\bar{u}_i$ をそれぞれ計算変位，測定変位とし，nを測定値の数とすれば，最小2乗法を適用することにより，問題は式（4）を目的関数とする最適化問題に帰着される。いま，弾性係数およびポアソン比を同定パラメータ α_j（j=1,2,・・・，m）と表せば計算変位 u_i は α_j の関数となるから，パラメタ α_j の増分に対する目的関数Wの停留条件より式（5）を得る。式（5）を $\Delta\alpha_j$ について解き，式（6）のように $\Delta\alpha_j$ を正規化してK回目の繰り返しにおける探索方向 $\{d\}^k$ を決定する。次に，$\{d\}^k$ の方向に沿って，式（7）のように目的関数Wを最小化する補正量の大きさ λ の値を一次元探索法（D.S.C.法[2]）によって求めれば，次の繰り返しステップK＋1に対する新しい近似解 $\{\alpha\}^{k+1}$ が決定される。$\{\alpha\}^{k+1}$ が求まれば，この近似解に対して変位uを通常の境界要素法により再評価できるので，式（4）の目的関数Wの値が許容誤差内に入るまでこの計算ステップを繰り返し，満足する解を所要の同定値 α_j とする。

$$[H]\{u\}=[G]\{p\} \qquad (1)$$

$$\left.\begin{array}{l}\{u'\}=[L]\{u\}\\ \{p'\}=[L]\{p\}\end{array}\right] \qquad (2)$$

$$[H]\begin{bmatrix}u'\\ Lu\end{bmatrix}=[G]\begin{bmatrix}p'\\ Lp\end{bmatrix} \qquad (3)$$

$$W=\sum_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u}_i)^2 \rightarrow \min \qquad (4)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial \alpha_j}\left(u_i-\bar{u}_i+\frac{\partial u_i}{\partial \alpha_t}\Delta\alpha_t\right)=0 \qquad (5)$$

$$\{d\}^k=\frac{\{\Delta\alpha/\alpha\}^k}{\|\Delta\alpha/\alpha\|} \qquad (6)$$

$$W(\{\alpha\}^k+\lambda\{d\}^k) \rightarrow \min \qquad (7)$$

3．数値解析例

まず，図１に示すように，弾性主軸の方向が地表面から３０度傾いた層状の直交異方性の岩盤を考える。同定すべきパラメーターは弾性係数Ｅ，Ｇとポアソン比νであるが，Ｅ，Ｇとνを比較した場合，νは逆解析の結果に及ぼす影響が小さいことから[3]，最初は，νの値を初期値のままに固定しておいてＥおよびＧだけについて計算を行い，ある程度ＥとＧの値が収束した後，あらためてＥ，Ｇ，νに対する同定解析の計算を行うことにする。なお，ここでは順解析（通常解析）による変位解を測定変位値としてシミュレーションを行っている。変位測定の節点として地表面の４節点を与えた場合の結果の収束状況を図２および図３に示す。この例では５回の反復計算で収束解が得られている。

次に無限問題の解析例としてトンネルの掘削問題を考える。図４にそのモデルと同定すべき力学定数（正解値）を示している。計算結果を表１に示すが，弾性係数ＥとＧについては正解値にかなり近い値が得られているものの，ポアソン比νはそれほど良い近似を示していない。

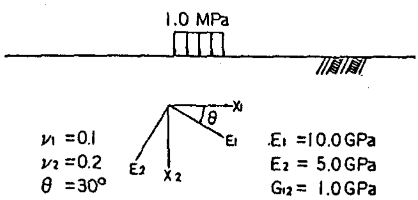

図１

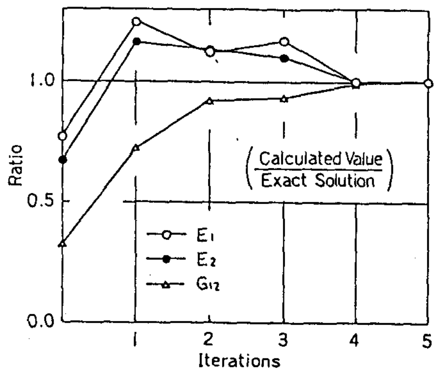

図２

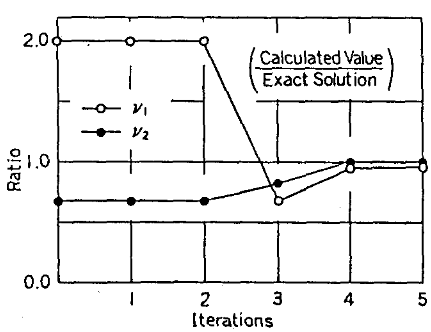

図３

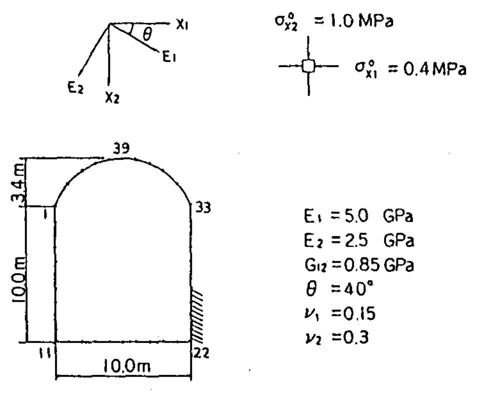

図４

参考文献 1)P.C.Dumir and A.K.Mehta :Boundary Element Solution for Elastic Orthotropic Half-Plane Problems, Computers & Structures, Vol.26,No.3,pp.431-438,1987. 2)S.L.S.Jacoby, J.S.Kowalik and J.T.Pizzo(関根智明訳)：非線形最適化問題の反復解法,培風館,1976. 3)桜井春輔，清水則一，壺内達也，地下空洞における計測変位の境界要素法による三次元逆解析，土木学会論文集，第352号／III-7，PP.55-61，1987.

表１

	(A)Initial	(B)Exact	(A)/(B)	Calculated
E_1	1.5	5.0	0.30	5.083
E_2	6.0	2.5	2.40	2.486
G_{12}	0.4	0.85	0.47	0.847
ν_1	0.13	0.15	0.87	0.105
ν_2	0.32	0.30	1.10	0.314
			Iteration	5