V—24

鉄筋コンクリート柱の終局破壊に関する基礎的研究

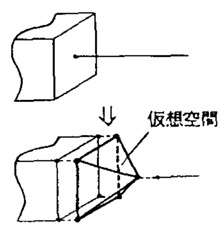
名古屋大学工学部　学生会員　○大幢勝利
名古屋大学工学部　学生会員　中村　光
名古屋大学工学部　正会員　田辺忠顕

1. はじめに

鉄筋コンクリート構造物が地震荷重を受け最終的な破壊にいたる場合、柱の一部のコンクリートが崩落し、露出した鉄筋が座屈し、耐荷力を失うという現象がよくみられる。これらは、動的に振動している最中に生じる現象であり、最終的な振動破壊現象を明らかにするためには、上記の現象を解明する必要がある。この報告は、その準備のための数値解析理論の開発であって、異自由度を有する鉄筋とコンクリートの有限要素間の結合を取り上げた。すなわち、両有限要素間の結合関係を表すために、ラグランジュの未定乗数を媒介にした体積のない仮想的な結合要素を用いて両要素を結合させ[1]、鉄筋の座屈に関しては、中村ら[2]の行った有限変形理論の定式化を利用した。最終的には柱の座屈実験も行い、数値解析との比較・検討を行いたいと考えている。

2. ラグランジュの未定乗数法による定式化

異なった自由度を有する2つの要素を結合する場合に、例えば、図－1に示すように結合される節点間に仮想空間を考え、その変位差が零になる条件をラグランジュの未定乗数法を用いて表すと、次のマトリクス表示による変分式が得られる[1]。



図－1　仮想空間

$$\sum_{\alpha=1}^{2}\delta\{\varDelta q^{(\alpha)}\}^t[[K^{(\alpha)}]\{\varDelta q^{(\alpha)}\}+[\hat{K}^{(\alpha)}]\{\varDelta\gamma\}+\{\varDelta F^{(\alpha)}\}]$$
$$+\delta\{\varDelta\gamma\}^t\sum_{\alpha=1}^{2}[\hat{K}^{(\alpha)}]^t\{\varDelta q^{(\alpha)}\}=0 \qquad (1)$$

ここで

$$[K^{(\alpha)}]=\int_{V^{(\alpha)}}[B^{(\alpha)}]^t[D^{(\alpha)}][B^{(\alpha)}]\,dV \qquad (2)$$

$$[\hat{K}^{(1)}]=-\int_{S^{(12)}}[\Psi^{(1)}][\Omega]\,dS \quad , \quad [\hat{K}^{(2)}]=\int_{S^{(12)}}[\Psi^{(2)}][\Omega]\,dS \qquad (3)$$

$$\{\varDelta F^{(\alpha)}\}=-\int_{V^{(\alpha)}}[B^{(\alpha)}]^t[D^{(\alpha)}]\{\varepsilon^{(\alpha)}\}\,dV-\int_{S^{(\alpha)}}[\Phi^{(\alpha)}]^t\{\varDelta T_i^{(\alpha)}\}\,dS \qquad (4)$$

[B]:ひずみ節点変位マトリクス、[D]:弾性マトリクス、$\{\varepsilon\}$:ひずみベクトル，$\{\varDelta T_i\}$:表面力ベクトル

ただし、()内の添字$\alpha=1$は梁（鉄筋）、$\alpha=2$は3次元中央要素（コンクリート）を示し、$S^{(12)}$ は仮想境界面を示す。また、$[K^{(\alpha)}](\alpha=1,2)$はそれぞれの要素の剛性マトリクス、$[\hat{K}^{(\alpha)}](\alpha=1,2)$はそれぞれ梁領域と中央要素領域の結合マトリクスを示す。

なお、$\{\Psi^{(\alpha)}\}(\alpha=1,2)$は$S^{(12)}$と領域$V^{(1)}\cdot V^{(2)}$を結合する体積のない仮想結合要素の補間関数であり、さらに$S^{(12)}$上のラグランジュ未定乗数$\{\varDelta\lambda\}$は補間マトリクス$[\Omega]$により次のように補間される。

$$\{\varDelta\lambda\}=[\Omega]\{\varDelta\gamma\} \qquad (5)$$

ここに、$\{\varDelta\gamma\}$は$S^{(12)}$ 上の結合要素に関する一般化座標の列マトリクスである。

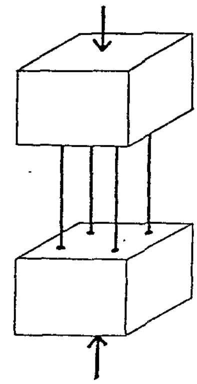
さて、$\delta\{\varDelta q^{(\alpha)}\}$と$\delta\{\varDelta\gamma\}$は任意の値を持つことにより、変分をとると、平衡方程式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} [K^{(1)}] & [\ 0\ ] & [\hat{K}^{(1)}] \\ & [K^{(2)}] & [\hat{K}^{(2)}] \\ \mathrm{sym.} & & [\ 0\ ] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\varDelta q^{(1)}\} \\ \{\varDelta q^{(2)}\} \\ \{\varDelta\gamma\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\varDelta F^{(1)}\} \\ \{\varDelta F^{(2)}\} \\ \{\ 0\ \} \end{Bmatrix} \qquad (6)$$

3．鉄筋とコンクリートの結合

鉄筋コンクリート柱からコンクリートが崩落した場合、複雑な形状を示すが、今回図－2のような単純なモデルを考えて解析を行った。この場合、鉄筋の挙動を3次元の自由度6（xｙz方向変位、3回転角）、コンクリートの挙動を3次元の自由度3（xｙz方向変位）と考えたわけだが、この2種類の異自由度を有する要素の結合が問題となってくる。そのため、図－3に示すような体積のない仮想的な結合要素を用いて結合した。

上添字1を鉄筋領域、2をコンクリート領域とし、図－3より結合要素とそれぞれとを結合する補間マトリクスは次のように仮定できる。



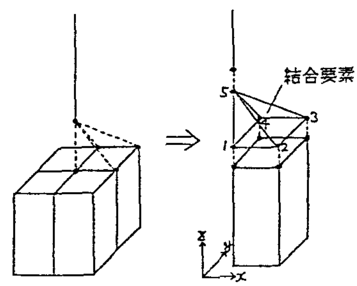
図－2　解析モデル

$[\Psi^{(1)}]=[\,I\,]$：6×6の単位マトリクス (7)

$[\Psi^{(2)}]=[[\Psi_1][\Psi_2][\Psi_3][\Psi_4]]$ (8)

ここに

$$[\Psi_i]=\begin{bmatrix} \hat{\Psi}_i & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\Psi}_i & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\Psi}_i \\ 0 & 0 & a_i \\ 0 & 0 & -b_i \\ -\frac{1}{2}a_i & \frac{1}{2}b_i & 0 \end{bmatrix} \quad i=1,2,3,4 \tag{9}$$



図－3　鉄筋とコンクリート要素の結合

ただし

$$a_i=\hat{J}_{21}\,\partial\hat{\Psi}_i/\partial\xi+\hat{J}_{22}\,\partial\hat{\Psi}_i/\partial\eta \quad , \quad b_i=\hat{J}_{11}\,\partial\hat{\Psi}_i/\partial\xi+\hat{J}_{12}\,\partial\hat{\Psi}_i/\partial\eta \tag{10}$$

$\hat{J}_{ij}$：ヤコビ逆マトリクスの成分　，　$\hat{\Psi}_i$：2次元4節点のアイソパラメトリック要素の補間関数

次にラグランジュ乗数は要素内で一定と仮定すると、式（5）の補間マトリクスは次のように仮定できる。

$[\Omega]=[\,I\,]$：6×6の単位マトリクス (11)

したがって、要素の結合マトリクスと全体の結合マトリクスは以下のようになる。

$$[\hat{K}^{(1)}]_e=-\int_{S_e^{(12)}}[\Psi^{(1)}]^t\,dS \quad , \quad [\hat{K}^{(2)}]_e=\int_{S_e^{(12)}}[\Psi^{(2)}]^t\,dS \tag{12}$$

$$[\hat{K}^{(\alpha)}]=\sum_{e=1}^{n}[\hat{K}^{(\alpha)}]_e \tag{13}$$

上記の方法により、鉄筋とコンクリートを結合することができる。鉄筋の座屈においては中村ら[2]の有限変形理論を用い、コンクリートの破壊においては弾性変形のみを考慮した。解析は増分法を用い、荷重及び変位を制御させながら行っている。

なお、詳細は、当日発表する予定である。

4．参考文献

1）　矢川元基他、ラグランジュ乗数法を用いた効率的な弾塑性構造解析用プログラム”ＥＰＡＳ”の開発と応用、日本機械学会講演論文集、1979

2）　中村　光、鉄筋コンクリート柱の終局破壊に関する基礎的研究、名古屋大学卒業論文、1987