三次元応力下における繰返し塑性の表現法について

岐阜大学　　　　正会員　岡二三生
岐阜大学大学院○学生員　大野康年

1．はじめに

近年、海洋構造物基礎の設計や耐震設計に関して多次元液状化解析法の開発が行われるようになってきたため土の繰返し塑性モデルはますます重要となってきている。これまで多くの繰返し載荷時の構成式は室内試験法の制約のためか圧縮、伸張（三軸）の特殊な条件下で定式化されるものが多かった。本報告では、例えばπ面上での円形応力径路などの、より一般的な三次元応力下での土の挙動を表現するための一つの方法について弾塑性、弾粘塑性論の枠内で述べるものである。

2．破壊応力成分

繰返し塑性を表現するために、ここでは新たに破壊応力成分を用いてひずみ硬化関数を定式化することとする。まず、破壊応力成分を次の様に定義する。図－1はπ面上の応力径路を示している。もし初期に上が等方応力状態にあると考え、点Oの状態にあるとする。次に応力状態がOからPへ動くとするとπ面上の応力ベクトルの方向は$\overrightarrow{OP}$となり、この場合の破壊応力成分は点P′でのP′(σ_{1f}, σ_{2f}, σ_{3f})となる。次に$\overrightarrow{PA}$の径路に対しては$\overline{PA}$と通る直線と破壊基準線との交点A′での応力成分を破壊応力成分とする。このような考え方は二曲面塑性モデルの共役応力に相当するものである。本論では弾性域がπ面上で点に縮退しているため定式化はより簡単になる。このようにして求めた破壊応力成分から（1）式で相対破壊応力比を定義する。

$$\eta^*_{(f)}=[(\eta^*_{ij(n)}-\eta_{ij(f)})(\eta^*_{ij(n)}-\eta_{ij(f)})]^{1/2}$$
$$\eta_{ij}^*=s_{ij}/\sigma'_m \qquad \eta_{ij(f)}=s_{ij(f)}/[c(\sigma'_{m(f)}/\sigma'_{m0})^d \tag{1}$$

s_{ij}：偏差応力、σ'_m：平均有効応力、c，d：材料定数、（n）はn回目の応力反転時の値を示す
次に、相対応力比$\eta^*_{(n)}$を（2）式で定義する。

$$\bar{\eta}_{(n)}^*=[(\eta^*_{ij}-\eta^*_{ij(n)})(\eta^*_{ij}-\eta^*_{ij(n)})]^{1/2} \tag{2}$$

ここで、繰返しの判定はπ面上での応力ベクトルの方向の変化によるものとする。つまりπ面上で（3）式が$\cos\theta \fallingdotseq 1$の時、応力方向が反転したとみなして$\eta_{ij(n)}$を1ステップ前の応力成分によってupdateし、繰返しの判定とする。

$$\tilde{n}_n\cdot\tilde{n}_{n-1}=\cos\theta \tag{3}$$

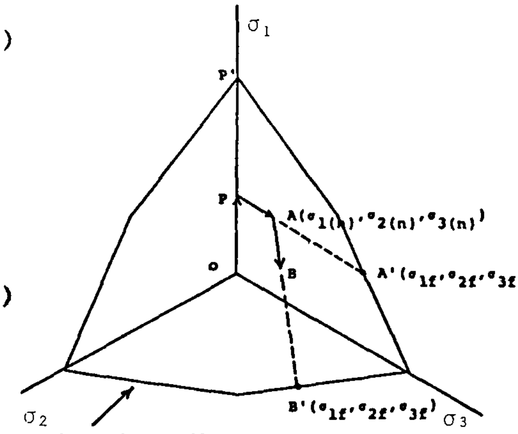
$\tilde{n}_{n-1}$：1ステップ前の応力ベクトルの方向を示す単位ベクトル
$\tilde{n}_n$　：現在の応力ベクトルを示す単位ベクトル
以上、求めた$\eta^*_{(n)}$、$\eta^*_{(f)}$を用いて（4）式でひずみ効果関数を定義する。

$$\gamma^{p*}=\frac{\bar{\eta}^*_{(n)}\,\eta^*_{(f)}}{G'(\eta^*_{(f)}-\bar{\eta}^*_{(n)})} \tag{4}$$

γ^{p*}は塑性偏差ひずみの第二不変量
G：材料定数
（塑性降伏関数）

$$f=\bar{\eta}_{(n)}^*-\kappa_s=0 \tag{5}$$

κ_s：ひずみ硬化パラメーター



図－1

3．繰返し弾塑性および弾粘塑性構成式

すでに報告されている岡[2]、足立．岡[1)3)]による弾粘塑性構成式を破壊応力成分を用いて拡張することにより、一般繰返し載荷状態での粘土の弾粘塑性構成式を導く。

（過圧密境界面）

正規圧密領域と過圧密領域の境界を表す境界面f_bを（6）式で示す。

$$f_b=\bar{\eta}^*_{(0)}+M_m^*(\theta)\ln(\sigma'_m/\sigma'_{md}) \qquad (6)$$

ただし、$f_b\geq 0$：正規圧密領域 、$f_b<0$：過圧密領域

$$\bar{\eta}^*_{(0)}=[(\eta_{ij}^*-\eta_{ij(0)}^*)(\eta_{ij}^*-\eta_{ij(0)}^*)]^{1/2} \quad \eta_{ij}^*=s_{ij}/\sigma'_m \qquad (7)$$

σ'_m：平均有効応力、θ：Lode's Angle 、$\eta^*_{(ij)}$：応力パラメーター、s_{ij}：偏差応力テンソル

（塑性ポテンシャル関数）

$$f_p=\bar{\eta}^*_{(n)}+\tilde{M}^*\ln(\sigma'_m/\sigma'_{ma(n)}) \qquad (8)$$

$$\tilde{M}^*=\frac{\eta^*}{-\ln(\sigma'_m/\sigma'_{mc})} \qquad M^*\leq M_m^*(\theta) \qquad (9)$$

過圧密領域の時、M^*，正規圧密領域の時、M_m とし、η^*は（10）式で表されるものとする

$$\eta^*=[\eta_{ij}^*\,\eta_{ij}^*]^{1/2} \qquad (10)$$

以上より塑性ひずみ速度テンソルは非関連流れ則に基づき（11）式で与えられる

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p=\Lambda(\partial f_p/\partial\sigma_{ij})\,df \qquad (11)$$

ここで、Λは硬化パラメーターであって（4）式より与えられる

（弾粘塑性構成式）

Perzyna[4)]型の弾粘塑性理論と非関連流れ則に基いて岡によって 導かれている過圧密粘土の弾粘塑性構成式の塑性モデルを拡張する

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}=\langle\Phi_{ijkl}(F)\rangle\frac{\partial f_p}{\partial\sigma_{kl}} \qquad (12) \qquad \langle\Phi_{ijkl}(F)\rangle=0 \quad (F\leq 0),\quad =\Phi_{ijkl}(F) \quad (F>0) \qquad (13)$$

$$F=(f-\kappa_s)/\kappa_s \qquad (14)$$

ここで、F＝0は静的降伏関数を表し、動的降伏関数は$f=\bar{\eta}^*_{(n)}$で与えられる。また、

$$\Phi_{ijkl}(F)=C_{ijkl}\Phi'(F)\cdot\Phi_2(\xi) \qquad (15) \qquad \Phi'(F)=\sigma'_m\exp(m'_o(\bar{\eta}^*_{(n)}-\kappa_s)) \qquad (17)$$

$$C_{ijkl}=A\delta_{ij}\delta_{kl}+B(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}) \qquad (16)$$

δ_{ij}：クロネッカーのデルタ、A，B，m'_oは材料定数である[2)]

（14）式中の第二材料関数$\Phi_2(\xi)$[5)]は破壊基準を満足した時に無限大となる関数で（1）、（2）式で定 義された破壊応力比および相対応力比を用いて（18）、（19）式で表される。このような定式化は正規圧密粘土の構成式に対しても可能であって三次元的応力変化に対して有効である。

$$\Phi_2(\xi)=1+\xi \qquad (18) \qquad \xi=\frac{\eta^*_{(n)}\,\eta^*_{(f)}}{C_2(\eta^*_{(f)}-\eta^*_{(n)})} \qquad (19)$$

3．参考文献

1）K.Akai,T.Adachi and F.Oka, Proc.Int Workshop on Constitutive Equation for Granular Non-Cohesive Soils (1988) 2）F.Oka,Proc. of Int Symposium on Numerical models in Geomechanics,Zurich,147-156 (1982) 3）T.Adachi and F.Oka,Results of the Int. workshop on Constitutive Relations for soils,Grenoble,edt. by G.Gudehus et al.,141-157 (1986) 4）Perzyna, P.Proc.of Vibrational Problems, Warsaw, Vol.4, No.3, pp.281-290. 5）Adachi.T,F.Oka,M.Mimura,Proc 8ARC Vol.1 1987,pp.5-8.