

うねりによる湾水振動の解析

名古屋工業大学 学生員 ○飯田 耕三  
 名古屋工業大学 正員 喜岡 渉

1. はじめに

任意形状の湾の共振現象の解析、あるいは任意形状の港の港内波高分布の計算には、通常線形理論に基づくグリーン関数法<sup>1), 2)</sup>を用いた数値計算がおこなわれる。一様水深の場合得られる応答特性は回折パラメーター（湾の代表長に対する入射波の相対波長）のみに依存し、水深、波形勾配などには無関係となる。しかしながら、こうした取り扱い方は、狭帯スペクトルを持つようなうねりが来襲する場合の湾の応答を検討するときには不十分であり、波の非線形干渉の影響なども適切に考慮しておく必要がある。本研究は、うねりに伴う長周期変動成分 (set-down wave) による湾の干渉をも考慮することによって、うねりによる湾水の非線形応答特性を検討するもので、ここでは来襲波の波群の包絡波形は正弦波として取り扱えるものとした。

2. 解析理論

図-1に示すように座標系をとる。スケールの異なる時空間変動を考慮するため、波形勾配のオーダーの微小パラメーター  $\epsilon$  を導入し、 $(x, y, z, t)$  の他にゆっくりと変動する独立変数  $(x_1 = \epsilon x, y_1 = \epsilon y, t_1 = \epsilon t)$  を定義する。さらに、 $\epsilon$  について、せつ動展開した  $n$  次の速度ポテンシャル  $\phi_n$  を

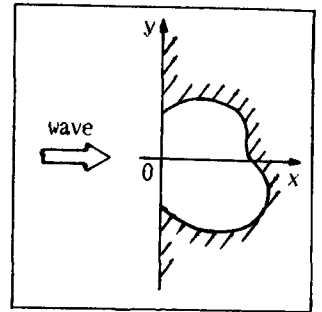


図-1 座標系と計算領域

$$\phi_n = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \phi^{nm} \exp(-im\omega t) \quad (1)$$

と置き、水位変動  $\eta$  についても同様にせつ動展開する。長周期変動項は2次のオーダー  $\eta_2$  において生じ、長周期変動項のみを  $\bar{\eta}_2$  として分離して示すと次式で与えられる。

$$\bar{\eta}_2 = -\frac{1}{g} \{ |\nabla \phi_{11}|^2 + \frac{\omega^2}{g} (\phi_{11} \frac{\partial \phi_{11}^*}{\partial z} + *) + \frac{\partial \phi_{10}}{\partial t_1} \} \quad (2)$$

ここに\*は共役複素数を表す。したがって、振幅の応答特性を解析するためには線形解  $\phi_{11}$  と反射波と散乱波成分を含むset-down波の速度ポテンシャル  $\phi_{10}$  を計算する必要がある。

$\phi_{10}$  に対する、遅い独立変数についての方程式は  $m=0$  の連続方程式から次のように示される<sup>3)</sup>。

$$\frac{\omega^2 \phi_{10}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi_{10}}{\partial y_1^2} - \frac{1}{gh} \frac{\partial^2 \phi_{10}}{\partial t_1^2} = -\frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x_1} (\eta_{11}^* \frac{\partial \phi_{11}}{\partial x} + *) + \frac{1}{gh} \frac{\partial}{\partial t_1} \{ |\nabla \phi_{11}|^2 - \frac{\omega^2}{g} (\phi_{11} \frac{\partial \phi_{11}^*}{\partial z} + *) \} \quad (3)$$

at  $z=0$

ここで、群速度を  $C_g = \omega a / k a$  として包絡波形が  $A = A_0 \cos k a (x_1 - C_g t_1)$  で与えられる波群を入射波として仮定すると、上式から  $\phi_{10}$  は式(4)で与えられる入射波の速度ポテンシャル  $\phi_{10}^i$  とその反射波成分  $\phi_{10}^r$  および長波の波速  $\sqrt{g/h}$  で伝播する散乱波成分  $\phi_{10}^s$  から成り立つことがわかる。

$$\phi_{10}^i = \frac{1}{4k a} \left\{ \frac{1}{C_g^2 - gh} \left( \frac{\omega^3}{2k \tanh^2 kh} + \frac{\omega^2 C_g}{4 \sinh^2 kh} \right) \right\} \sin 2ka (x_1 - C_g t_1) \quad (4)$$

また、散乱波ポテンシャルは流体境界上で境界条件(6)を満足する式(5)の解として求めることができる。

$$\frac{\partial^2 \phi_{10}^S}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi_{10}^S}{\partial y_1^2} + \alpha^2 \phi_{10}^S = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial \phi_{10}^S}{\partial n} = -\frac{\partial}{\partial n} (\phi_{10}^I + \phi_{10}^R) \tag{6}$$

ただし  $\alpha = 2\omega_0 / \sqrt{gH}$

3. 計算方法と計算例

式(2)の線形解  $\phi_{11}$  の算定方法は、グリーン関数法を用いる場合、Hwang&Tuck<sup>1)</sup>による一重層密度を利用する方法とLee<sup>2)</sup>による二重層密度を利用する方法があるが、ここでは湾口付近の海岸線が直線でない場合も取り扱うことのできる前者の方法を用いることとした。また、 $\phi_{11}$  の算定にあたっては式(5),(6)を線形解と同様な方法<sup>4)</sup>で数値的に解くことにより求めた。

図-2は、計算結果の一例で、長さが  $l$  で幅が  $0.4l$  であるような長方形湾の湾奥角における振幅比を示す。計算に用いた要素数は88で、 $k/k_0=10$ とした。振幅比は  $k_0 l$  および  $kh$  により変化し、 $k_0 A_0$  に比例する。図-3には比較のために同一の湾に対する線形理論解を示した。

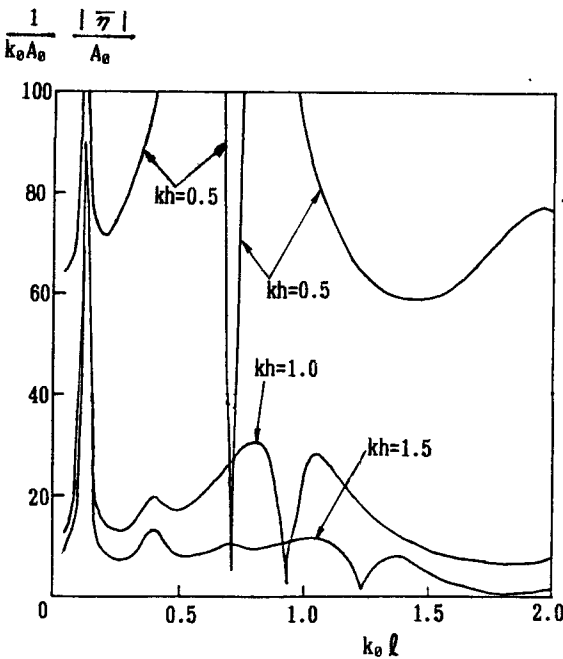


図-2 非線形理論解

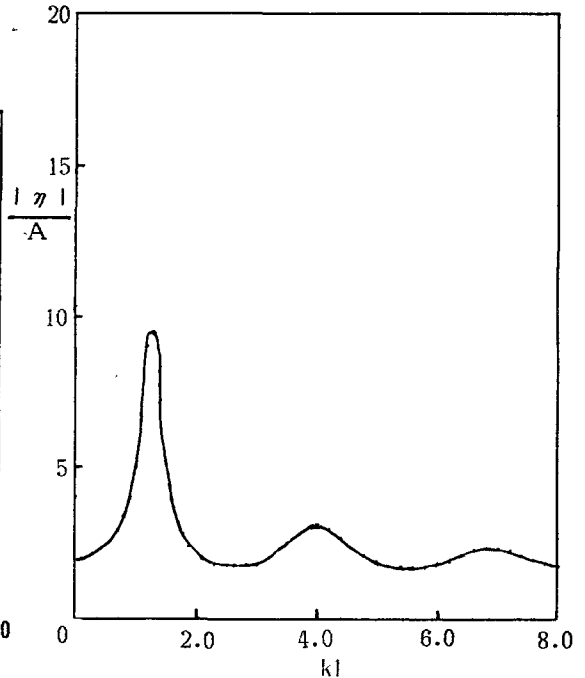


図-3 線形理論解

参考文献

- 1) Hwang, L. and Tuck, E. O.; J. Fluid Mech., vol.42, pp.447-464, 1970.
- 2) Lee, J.; J. Fluid Mech., vol.45, pp.375-394, 1971.
- 3) Agnon, Y. and Mei, C. C.; J. Fluid Mech., vol.151, pp.279-294, 1985.
- 4) Kioka, W.; Proc. I. U. T. A. M., Tokyo, 1987.