

大口径円柱に作用する長周期変動波力

名古屋工業大学 正員 喜岡 渉

1. はじめに

不規則波動場に置かれた構造物には、2次のオーダーにおいてスペクトルにおける二つの隣接した周波数の和（短周期）と差（長周期）に対応する波力成分が働く。こうした波力成分の計算には非線形回折波理論による取り扱いが必要となり、単一周波数に対する非線形解析に比べても計算労力は多大なものとなる。しかしながら、狭帯スペクトルにおいては通常長周期変動波力のみが問題となり、その算定はmultiple-scaleせつ動法を用いることにより効率よく行うことができる¹⁾。本研究は、大口径円柱に作用する長周期の波力成分をmultiple-scaleせつ動法に基づき求めようとするもので、入射波群としては相対水深 $kh > 1.36$ で安定な包絡ソリトンを仮定する。

2. 長周期変動波力の表示式

一定水深 h に置かれた半径が a の直立円柱に x 方向に伝播する波が入射する場合を考える。スケールの異なる時空間変動を取り扱うため、波形勾配のオーダーの微小パラメーター ϵ を導入し、通常の独立変数 (x, y, z, t) のほかにゆっくりと変動する $(x_1 = \epsilon x, y_1 = \epsilon y, t_1 = \epsilon t)$ を定義する。さらに、 ϵ についてせつ動展開した n 次の速度ポテンシャル ϕ_n を次のように表わすものとする。

$$\phi_n = \sum_{m=-n}^n \phi_{nm} e^{-im\omega t} \tag{1}$$

波力についても同様に ϵ についてのせつ動展開を行うと、長周期変動波力項 \bar{F} は2次のオーダーにおいて表われ、水平方向成分については次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \bar{F} = & \rho \int_0^{2\pi} \int_{-h}^0 \frac{\partial \phi_{10}}{\partial t_1} dz \cdot a \cos \theta d\theta + \rho \int_0^{2\pi} \int_{-h}^0 |\nabla \phi_{11}|^2 dz \cdot a \cos \theta d\theta \\ & - \rho \frac{\omega^2}{g} \int_0^{2\pi} |\phi_{11}| a \cos \theta d\theta \end{aligned} \tag{2}$$

上式の第2項と第3項との和は定常漂流力に対応するもので、線形解 ϕ_{11} のみを求めることにより比較的簡単に算定することができる。長周期変動波力に関する従来の研究の多くはこれら定常漂流力項のみを考慮しており、第1項による寄与分については無視されている。

ここでは第1項 \bar{F}_1 について算定式を求めることにする。遅い独立変数 (x_1, y_1, t_1) の関数である ϕ_{10} は3次のオーダーの solvability condition により式(3)を満足する関数として与えられ²⁾、包絡波形 A として振幅が A_0 のソリトンを仮定すると円柱壁面上では式(4)のように表わすことができる。

$$\frac{\partial^2 \phi_{10}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi_{10}}{\partial y_1^2} - \frac{1}{gh} \frac{\partial^2 \phi_{10}}{\partial t_1^2} = -\frac{\omega^2}{gh} \left\{ \frac{\omega}{2k \tanh^2 kh} - \frac{Cg}{4 \sinh^2 kh} \right\} (|A|^2)_{x_1} \tag{3}$$

$$\phi_{10}|_{r=a} = -\frac{2i}{k_0} \int_0^\infty C(k_0) \sum_{m=0}^\infty \delta_m \left\{ J_m(k_0 a) - \frac{J_m'(k_0 a)}{\delta H_m'(r k_0 a)} H_m(\delta k_0 a) \right\} e^{-ik_0 a t_1} \cos m \theta dk_0 \tag{4}$$

ただし、 $\delta_0 = 1$ 、 $\delta_m = 2i^m$ ($m \geq 1$) で、 $Cg = \omega_0/k_0$ は群速度を示し、 $r = Cg/\sqrt{gh}$ とする。したがって、波力 \bar{F}_1 は無次元表示すると次のように与えられる。

$$\frac{\bar{F}1}{f g h a^2} = f \frac{\alpha}{\beta} X(t_1) \tag{5}$$

ここに、 α 、 β はそれぞれ非線形Schrödinger 方程式における分散係数と非線形係数を示し、

$$f = \frac{2\pi k a}{\frac{k h}{\tanh k h} - \left(\frac{Cg}{c}\right)^2} \frac{\tanh k h}{\sinh^2 k h} \left\{ \cosh^2 k h + \frac{1}{2} \left(\frac{Cg}{c}\right) \right\} \left(\frac{Cg}{c}\right) \tag{6}$$

$$X(t_1) = \int_0^{\infty} \frac{-i k_0 a \left\{ J_1(k_0 a) - \frac{J_1'(k_0 a)}{H_1'(i k_0 a)} H_1(i k_0 a) \right\} e^{-i k_0 c t_1}}{\sinh \left\{ \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{k_0 a}{A_0 a \sqrt{\beta/\alpha}} \right\}} dk_0 a \tag{7}$$

である。得られた結果から明らかなように、 $\bar{F}1$ は kh, ka のみならず $A_0 a \sqrt{\beta/\alpha}$ の関数となっている。

3. 計算結果

図-1に kh を変化させたときの式(6)の f 、 α/β およびパラメーター $\sqrt{\beta/\alpha}$ の計算結果を示す。 kh が1.36近傍で α/β は発散する。式(7)の $X(t)$ は数値積分によって計算することができ、その最大値は図-2に示した $kh=2.0$ のケースの結果のように $A_0 a \sqrt{\beta/\alpha}$ の値の増加に伴って大きくなっている。

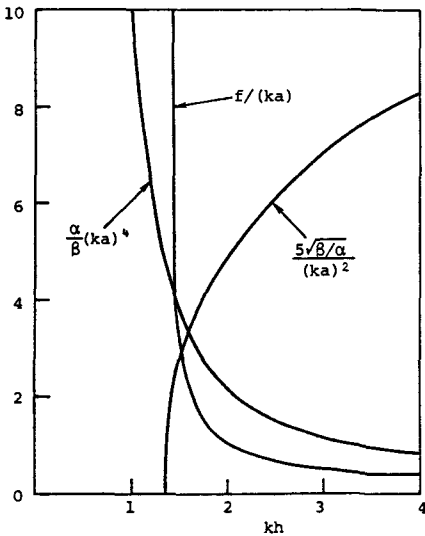


図-1

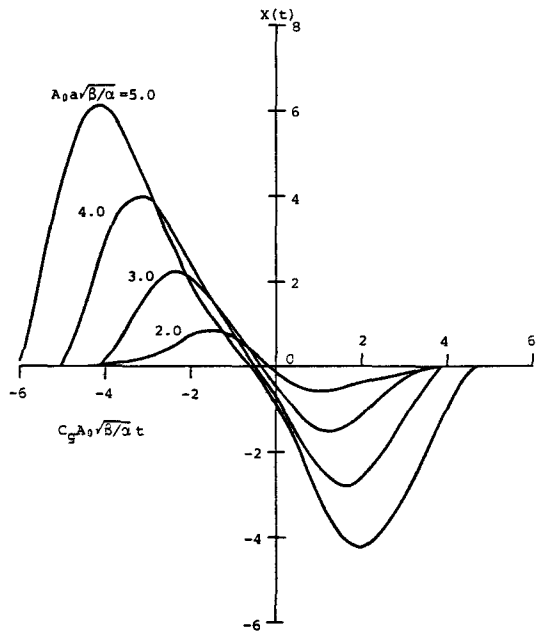


図-2

参考文献

1) Agnon, Y. and Mei, C.C.; J. Fluid Mech., Vol. 151, pp. 279-294, 1985.
 2) Mei, C.C.; Wiley-Interscience, 740p., 1983.