

浅海における不規則ソリトン波列の時系列モデルに関する研究

岐阜大学 正員 篠田成郎・安田孝志 学生員 川口智也・石原貴司

1. 緒言 沿岸海域の開発および利用の進展に伴い、波浪の時系列としての特性が問題となってきた。本研究では、海岸波浪を不規則ソリトン列として表示することにより、浅海における非線形不規則波浪の時系列モデルを提案すると同時に、波浪の現地観測記録を用いて本モデルの適用性を検証する。

2. 不規則ソリトン列に関する自己回帰モデル 深海においてだけでなく、浅海における波浪にも波群性の存在することが多くの研究者によって報告されている。一方、著者らもいくつかの現地観測記録を用いて、不規則ソリトン列における振幅の連なりにも同様な時系列特性の存在することを示してきた^{1), 2)}。ここでは、このような観測事実を反映した不規則波浪の時系列モデルを提案する。

まず、時間軸上におけるソリトンの振幅Aの連なりを1次の自己回帰(AR)過程と考え、ソリトンの時系列に関するモデルとして次式を提案する。

$$X_j = \Phi X_{j-1} + Y_j, \quad X_j = A_j - \mu_A \quad (1)$$

ここに、 Φ ; AR母数, Y_j ; AR過程における誤差項および μ_A ; ソリトンの振幅の平均である。ただし、確率変数Yは通常のARモデルと同様に、確率変数Xとは独立であるものとする。

ここで、式(1)で表される確率過程が定常であると仮定すれば、確率変数A, XおよびYの統計量は番号jとは独立であり、かつ $|\Phi| < 1$ と考えられるため、次のような期待値演算が可能となる。

$$E[A_j] = \mu_A + \mu_Y / (1 - \Phi), \quad \text{Var}[A_j] = \sigma_Y^2 / (1 - \Phi^2), \\ \text{Cor}[A_j, A_{j+1}] = \text{Cov}[A_j, A_{j+1}] / \sqrt{\text{Var}[A_j] \cdot \text{Var}[A_{j+1}]} = \Phi \quad (2)$$

ここに、 $E[\cdot], \text{Var}[\cdot], \text{Cor}[\cdot]$ および $\text{Cov}[\cdot]$ は、それぞれ期待値、分散、相関係数および共分散に関する演算を表し、 μ_Y および σ_Y はそれぞれ確率変数Yの平均および標準偏差を表す。これより、AR母数 Φ は、隣り合うソリトンの振幅相互の相関係数 γ に一致することがわかる。また、 $E[A_j] = \mu_A$ および $\text{Var}[A_j] = \sigma_A^2$ とすれば、確率変数Yの平均および分散は次式で表される。

$$\mu_Y = 0, \quad \sigma_Y^2 = (1 - \gamma^2) \sigma_A^2 \quad (3)$$

さらに、ソリトンの振幅Aに関する確率密度関数 $f_A(A)$ を

$$f_A(A) = \sum_k p(k) \delta(A - \alpha_k) \quad (4)$$

と定義すれば、確率変数Xの確率密度関数 $f_X(X)$ は次式で表される。

$$f_X(X) = \sum_k p(k) \delta(X - \beta_k), \quad \beta_k = \alpha_k - \mu_A \quad (5)$$

式(4)および(5)において、 $p(k)$; ソリトンの振幅分布, δ ; Diracのデルタ関数および α_k ; $p(k)$ におけるk番目の階級値を表す。式(1)に従い式(5)の分布を作り出す確率変数Yの確率密度関数 $f_Y(Y)$ は、近似的に次式で与えられる。

$$f_Y(Y) = \sum_k p(k) \delta(Y - \sqrt{1 - \gamma^2} \beta_k) \quad (6)$$

以上より、式(1)で表されるソリトンの振幅に関するARモデルは、その確率分布と前後の振幅の相関係数によって一意的に決定されることがわかる。なお、一般に1次AR過程は1重Markov連鎖として近似的に扱うことが可能であり、本モデルは、定性的には、ゼロアップクロス波高の時系列に対してMarkov過程を適用した木村³⁾のモデルと同じものであると言える。しかしながら、前後の波高を結びつけるAR過程におけるAR母数とMarkov過程における遷移確率とは一意的な関係を持たないために、これら両者は厳密には一致しない。

3. 時系列モデルの適用性 本モデルの適用性の検証に用いた波浪の観測記録は、1978年11月にアメリカ合衆国西海岸のCalifornia州 Torrey Pines Beachにおいて得られたものの一部^{2), 4)}である。

本モデルでは、時間軸上における振幅の連なりが自己回帰的性質を有することに着目してその理論展開を行っているため、現地データにおいてもこのような性質の存在することを確認しておく必要がある。図-1は、ソリトンの振幅の連なりに関するオートコログラムの一例を示したものであり、図中の実線は次式で

与えられる振幅の自己相関関数を表す。

$$\rho(Q) = \text{Cor}[A_j, A_{j+Q}] = \gamma^Q \quad (7)$$

上式は、ラグQを変数とした振幅Aの自己相関関数を表しており、ラグとしてはソリトンの番号の差を用いている。これより、ラグが10以上の大きな値となる範囲において、ゼロ周りの変動が見られるものの、ラグの増大に伴う相関係数の低下傾向は良く一致しているものと判断できる。なお、この他のデータについてもほとんど同様な結果が得られた。

表-1は、各測点におけるソリトンの振幅Aの連なりを式(1)に適用して得られる確率変数Yの統計量を示したものであり、表中、 $\sqrt{(1-\gamma^2)\sigma_a^2}$ は式(3)で与えられるYの理論的な標準偏差を示す。また、図-2は誤差項Yの標本分布と式(6)で与えられる理論分布を比較したものであり、参考として正規分布も併せて示してある。これらより、理論結果と標本統計量が良く一致しており、ここでの理論展開の妥当性が検証される。なお、図-2の(a)および(b)における分布形状の相違は、相関係数 γ の大きさに依るものと思われる。すなわち、

確率変数Yの標本値は式(1)より $Y_j = X_j - \gamma X_{j-1}$ で求められるが、 γ がゼロに近い場合には $Y_j \approx X_j$ となるため、その分布は振幅Aの分布形とほとんど同一のものとなる。これに対して γ が大きい場合、 X_{j-1} の効果が無視できなくなり、大数の法則からYは正規分布に近い左右対称の分布形を有することになる。

4. 結 語 以上、不規則ソリトン列の振幅の連なりに対して自己回帰過程を適用したモデルを提案し、これが現実の不規則波浪の時系列特性を反映したものであることを示した。

<参考文献>

- 1) 土屋・安田・篠田, 京大防災研年報, 第29巻B-2, pp. 691-716, 1986.
- 2) 篠田・安田・川口・土屋, 第34回海講論文集, pp. 141-145, 1987.
- 3) Kimura, A., Proc. 17th Conf. on Coast. Eng., A.S.C.E., pp. 2955-2973, 1980.
- 4) Guza, R.T. and E.B. Thornton, Jour. Geophys. Res., Vol. 79, pp. 1524-1530, 1980.

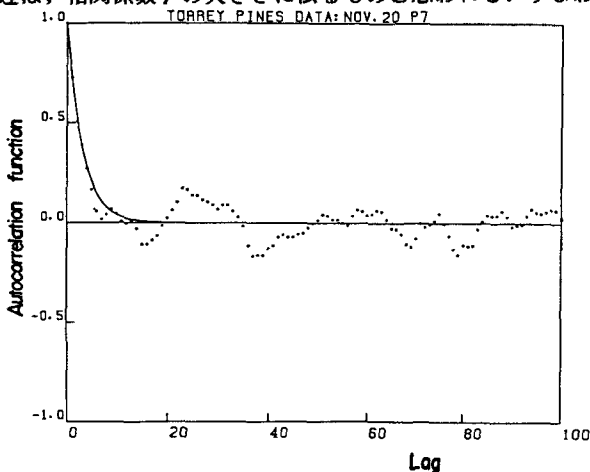
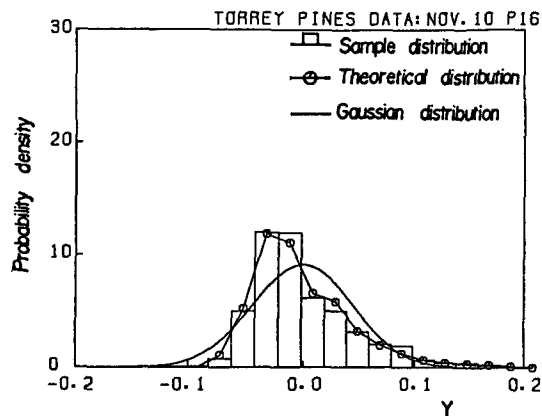


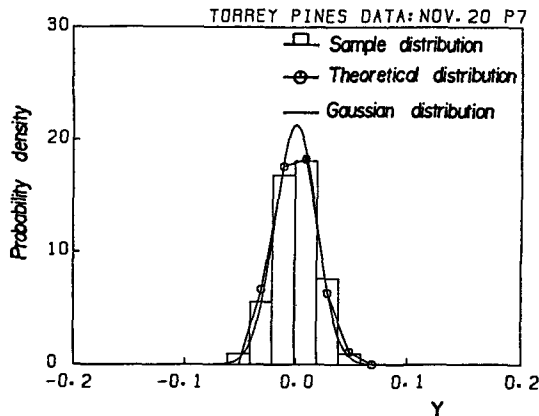
図-1 ソリトンの振幅の連なりに関するオートコレログラム

表-1 各測点における確率変数Yの統計的特性値

Date	November, 10				November, 20				
	P7	P7A	P10	P16	P4	P7	P7A	P10	P16
Location	7.815	7.183	6.087	4.594	10.226	7.523	6.853	5.721	3.973
Water depth (m)	0.177	0.143	0.023	0.260	0.693	0.728	0.658	0.577	0.641
γ	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
μ_Y	0.0292	0.0342	0.0442	0.0436	0.0141	0.0187	0.0228	0.0326	0.0482
σ_Y	0.0291	0.0342	0.0443	0.0431	0.0156	0.0201	0.0244	0.0350	0.0502



(a) 11月10日, 測点P16



(b) 11月20日, 測点P7

図-2 ARモデルにおける誤差項Yの分布