

境界要素法による単一波群の伝播変形解析

名古屋工業大学 学生員 ○吉岡勝則 河地宣泰
 名古屋工業大学 正員 喜岡 渉

1. はじめに

浅海に進入して来る波群が伝播とともにどのように変形するのかを正確に把握することは、浅海における波動場を理解する上でも重要である。こうした波群の変形解析は、非線形Schrödinger方程式に基づく数値計算を行うことによりすでに二、三の研究において試みられており、それぞれ興味ある結果を得ている。一方、篠田・安田ら¹⁾は観測波形の波群形状は必ずしも非線形Schrödingerの計算結果と一致しないことを指摘しており、浅水化に伴う包絡波形の変形特性については未だ不明な点が多い。本研究は、著者の一人ら²⁾が斜面上の孤立波の変形解析に用いたMixed Eulerian-Lagrangian法を用いて、単一波群の伝播変形、特に相対水深 kh が 1.36 より小さい地点まで浅水化したときの変形特性を数値解により調べようとするものである。

2. 計算方法

座標系を図-1に示すように定義すると、Lagrangian-Eulerianの関係式から自由表面 S_f での運動学的境界条件は式(1)と(2)、力学的境界条件は式(3)でそれぞれ示される。

$$\frac{Dx}{Dt} = \frac{dx}{ds} \frac{\partial \phi}{\partial s} + \frac{dz}{ds} \frac{\partial \phi}{\partial n} \quad \dots\dots (1)$$

$$\frac{Dz}{Dt} = \frac{dz}{ds} \frac{\partial \phi}{\partial s} - \frac{dx}{ds} \frac{\partial \phi}{\partial n} \quad \dots\dots (2)$$

$$\frac{D\phi}{Dt} = -g\eta + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)^2 \right] \quad \dots\dots (3)$$

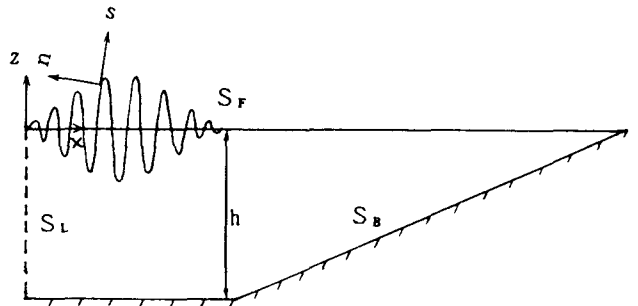


図-1 座標系と計算領域

与えられた初期条件下で境界 S_f 上に N 個の節点 (マーカー) を配置し、それらの位置と速度ポテンシャル ϕ の変化を式(1)~(3)を逐次数値積分することにより求める。各時間ステップごとの流体境界上の ϕ と $\partial \phi / \partial n$ は次の境界積分方程式により求めることができる。

$$\alpha \phi(x, z) = \int_s \left[\phi(\xi, \zeta) \frac{\partial}{\partial n} G(x, z; \xi, \zeta) - G(x, z; \xi, \zeta) \frac{\partial}{\partial n} \phi(\xi, \zeta) \right] ds \quad \dots\dots (4)$$

ただし、流体境界上の計算点を (x, z) 、ソース点を (ξ, ζ) として、 α は計算点での内角を示し、 $G = \ln \left[(x - \xi)^2 + (z - \zeta)^2 \right]^{1/2}$ である。

初期条件としては一様水深下でsin型波群およびsoliton型波群を与えた。sin型波群は、次に示すように包絡波形が1/2周期の正弦波とし、その中の成分波は正弦波とした。

$$\eta(x) = a \sin(kx) \sin\left(\frac{k}{2n}x\right) \quad \dots\dots (5)$$

ここで、 a は振幅、 k は波数である。soliton型波群は、次式のように包絡波形が非線形Schrödinger方程式の安定解である包絡ソリトンとし、その中の波は正弦波を仮定した。

$$\eta(x) = a \sin(kx) \operatorname{sech}\left(\sqrt{\frac{a^2 \beta}{2 \alpha}} x\right) \quad \dots\dots (6)$$

ここで、 α と β はそれぞれ非線形Schrödinger方程式の分散係数と非線形係数である。その他の領域では静止水面を仮定し、底面 S_B と仮想境界 S_L ではともに $\partial\phi/\partial n=0$ が成り立つものとした。したがって、各時間ステップでの境界積分方程式(4)における未知量は S_F 上で $\partial\phi/\partial n$ 、 S_B および S_L 上で ϕ である。式(4)の離散化にあたっては1次要素を用い、最初の3つの時間ステップの計算には2次のRunge-Kutta法を、それ以降の時間ステップには掃蕩形のMoulton法を用いた。

3. 計算結果とその考察

図-2、図-3は計算結果の一例で、それぞれ斜面勾配1/40のsin型波群およびsoliton型波群の変形の様子を示したものである。波群を構成する成分波の数はsin型波群、soliton型波群ともに7とした。また、計算にあたっては $g=1.0$ とした。自由表面上での節点数は160とし、初期条件はともに $a/h=0.10$ 、 $kh=1.75$ である。図-2のsin型波群の計算結果では、浅水化に伴い前後に対称な三角形形状の包絡波形となっていくことがわかる。一方、図-3のsoliton型波群の計算結果では若干の変形は見られるものの、包絡波形はほとんど変化せずに伝播しているのがわかる。ただし、ここに示した計算結果(400時間ステップ)では波群全体が $kh < 1.36$ の領域に十分進行していないため、浅海域での伝播変形を検討するためにはさらに時間ステップを増やして包絡波形の発展を調べることが必要である。

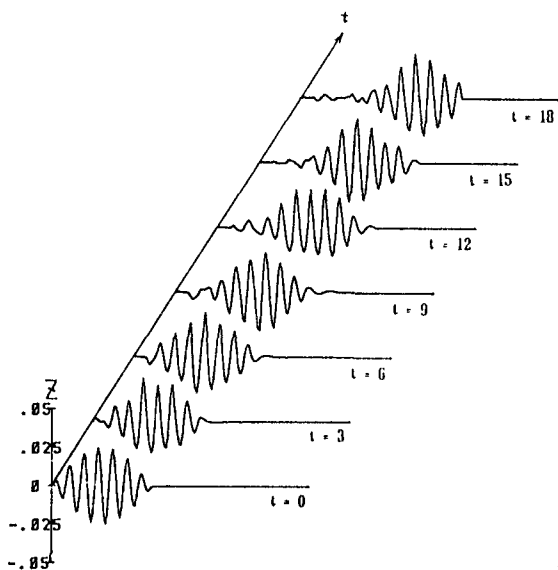


図-2 sin型波群の数値計算結果

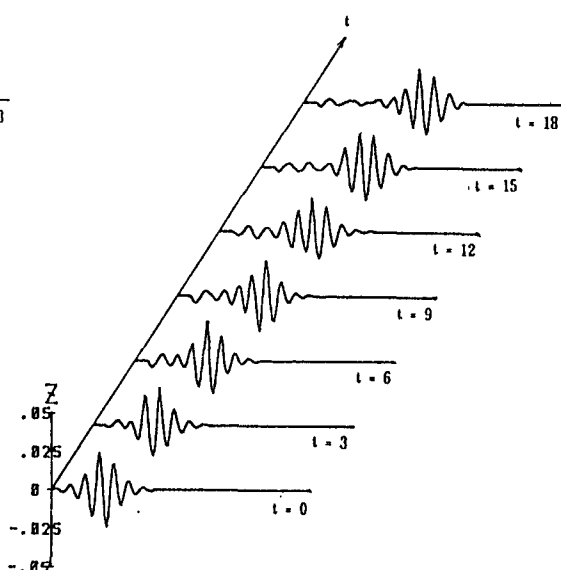


図-3 soliton型の数値計算結果

参考文献

- 1) 篠田・安田・川口・土屋；海岸波浪の時系列特性とソリトンモード，第34回海講，pp141~145, 1987
- 2) 佐藤・喜岡・石田；斜面上の孤立波の数値計算，第42回年講，pp492~493, 1987