

積分方程式法の多孔質弾性地盤—海洋構造物系相互作用問題への応用

東海大学海洋学部 正員 ○川上哲太郎
東海大学海洋学部 正員 北原 道弘

1. はじめに

海底地盤に設置された海洋構造物の地震動に伴う動的挙動を知ることは、工学上重要な課題の一つである。著者らはこれまで、海底地盤を半無限弾性体と仮定し、積分方程式法を用いて、弾性構造物—流体—弾性地盤系における動的相互作用問題の解析を行ってきた。¹⁾ 本研究は、海底地盤をBiotの理論²⁾に基づいた半無限多孔質弾性体と仮定し、これまで用いてきた積分方程式法による解析手法¹⁾を、弾性構造物—流体—多孔質弾性地盤系における動的相互作用問題の解析に適用したものである。

2. 多孔質弾性体における波動伝播問題

Biotの理論²⁾では、固体は多孔性の骨格を形成しており、その間隙部分には流体が充満しているものと仮定している。さらに、間隙はランダムに分布しているが、全体をマクロな連続体と見なし、等方性を保っているものとする。

ここで、骨格部分および間隙水部分それぞれに対する基礎式は次のように表わされる。

(骨格部分)

$$\mu\Delta\mathbf{u} + \nabla\left[\left(\alpha_b + \frac{1}{3}\mu\right)\nabla\cdot\mathbf{u} + \alpha_c\nabla\cdot\mathbf{v}\right] = (\rho_s + \rho_a)\ddot{\mathbf{u}} - \rho_a\ddot{\mathbf{v}} + b(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{v}}) \quad (1)$$

(間隙水部分)

$$\nabla(\alpha_c\nabla\cdot\mathbf{u} + k_c\nabla\cdot\mathbf{v}) = (\rho_w + \rho_a)\mathbf{v} - \rho_a\dot{\mathbf{u}} - b(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{v}}) \quad (2)$$

ここに、 \mathbf{u} 、 \mathbf{v} は各々骨格部分及び間隙水部分の変位ベクトルを表わし、 ρ_s 、 ρ_w 、 ρ_a はそれぞれ骨格、間隙水の密度及び付加質量である。また、 μ は剪断弾性定数、 α_b 、 α_c 、 k_c は定数である。さらに、 b は γ を流体の動粘性係数、 n を間隙率、 k を透水係数として次式のように表わされる。

$$b = \gamma n^2 / k \quad (3)$$

いま、多孔質弾性体に対する基礎式を、骨格部分と間隙水部分に別けて(1)式及び(2)式のように与えたが、多孔質弾性体中を地震動程度の振動数で波動が伝播する場合、土はほぼ非排水状態で変形していると考えられる。このとき、骨格部分と間隙水部分との間で相対変位は生じず、近似的に次式が成立することになる。

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} \quad (4)$$

(1)式及び(2)式に(4)式の関係代入し、各々加え合わせるにより、多孔質弾性体中を波動が伝播する場合の基礎式は定常状態において次のように表わされる。

$$\mu\Delta\mathbf{u} + \left(\alpha_b + 2\alpha_c + k_c + \frac{\mu}{3}\right)\nabla\nabla\cdot\mathbf{u} + \rho_w\omega^2\mathbf{u} = 0 \quad (5)$$

ここで、 $\rho = \rho_s + \rho_w$ である。

3. 境界積分方程式への変換

本解析法では、(5)式を基礎式とする多孔質弾性地盤、弾性構造物(基礎式; Navier-Cauchyの式)、及び流体(基礎式; Laplace方程式)に関する境界値問題を、Greenの第2公式を用いた直接法により、境界積分方程式に各々変換する。

まず、多孔質弾性地盤に対する境界積分方程式は \mathbf{u}^i を入射波として、次式のようになる。

$$\begin{aligned} C_d^+ \mathbf{u}(\mathbf{x}) &= \mathbf{u}^i(\mathbf{x}) + \int_{\partial D} U(\mathbf{x}, \mathbf{y}; \omega) \cdot \{\mathbf{T}^{n\gamma} \mathbf{u}(\mathbf{y})\} dS_y \\ &\quad - \int_{\partial D} \{\mathbf{T}^{n\gamma} U(\mathbf{x}, \mathbf{y}; \omega)\} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{y}) dS_y \end{aligned} \quad (6)$$

次に、弾性構造物に対する境界積分方程式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} C_d^+ \mathbf{u}(\mathbf{x}) &= \int_{\partial D} U(\mathbf{x}, \mathbf{y}; \omega) \cdot \{\mathbf{T}^{n\gamma} \mathbf{u}(\mathbf{y})\} dS_y \\ &\quad - \int_{\partial D} \{\mathbf{T}^{n\gamma} U(\mathbf{x}, \mathbf{y}; \omega)\} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{y}) dS_y \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 C_0^* は、2重層ポテンシャルの free term の係数である。また、 $U(x, y; \omega)$ は基本解を表わし、2次元平面ひずみ問題に対して次のように与えられる。

$$U = \frac{i}{4\mu} \left[H_0^{(1)}(k_T r) + \frac{1}{k_T^2} \nabla \nabla \{ H_0^{(1)}(k_T r) - H_0^{(1)}(k_L r) \} \right] \quad (8)$$

ここに、 $r = |x - y|$, $k_T = \omega / C_T$ 横波の波数、 $k_L = \omega / C_L$ 縦波の波数、 $H_0^{(1)}(\cdot)$ は第1種0次Hankel関数である。

さらに、流体領域に対する境界積分方程式は、 $G(x, y)$ を基本解として次式のように表わされる。

$$C_D^* \Phi(x) = \int_{\partial D} \left\{ G(x, y) \frac{\partial \Phi(y)}{\partial n} - \frac{\partial G(x, y)}{\partial n_y} \Phi(y) \right\} dS_y \quad (9)$$

ここに、 $G(x, y)$ は次式ようになる。

$$G = \frac{1}{2\pi} \log \frac{1}{r} \quad (10)$$

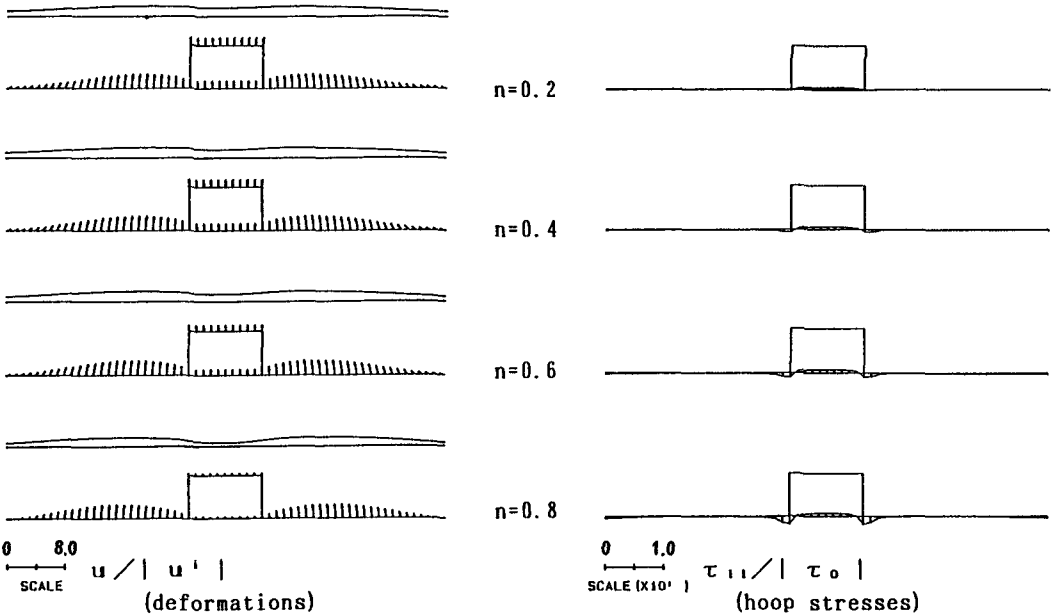


Figure 1. Deformations and hoop stresses (real part) for P-wave incidence with $bk_T=1.0$

4. 数値解析法及び数値計算例

(6), (7), (9) 式に示される各領域に対する境界積分方程式における境界積分を評価するために、境界を有限個の境界要素に分割し、数値積分を行なう。本解析法では、2次のアイソパラメトリック要素を用いて各境界積分方程式を離散化し、さらに、各領域の接続に関する連続条件(参考文献1を参照)を代入することにより、弾性構造物-流体-多孔質弾性地盤系に対する連立一次方程式に変換した。

さて次に、数値計算例を示す。Figure 1. は海底地盤(多孔質弾性体)を砂質地盤、構造物(弾性体)をコンクリート程度の剛性を有するものと仮定し、弾性波(P波、鉛直下方より入射)が入射した場合の変位及び縁応力の応答と間隙率 n との関係を示したものである。これより、変位の応答は間隙率 n の増加に伴い、徐々に小さくなるのがわかる。また、縁応力の応答は変位の応答とは逆に、間隙率の増加に伴って大きくなるのがわかる。なお、数値計算例に関する詳細は当日会場にて発表する。

参考文献 1) Kawakami, T. & Kitahara, M. (1987); Analysis of interaction problems for soil-structure-fluid systems by BIE methods, Boundary Elements IX, Vol. 2, pp. 523-533, Springer-Verlag.
 2) Biot, M. A. (1956); Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, I. Low-frequency range, Journal of The Acoustical Society of America, Vol. 28, No. 2, pp. 168-178.