

剛性マトリックス法による平面骨組の機構解析の定式化

岐阜大学 学生員 ○白田 幸生

岐阜大学 正員 藤井 文夫

1. はじめに

リンク構造（産業用ロボット、建設機械）などの運動学的挙動を調べる研究は機械工学における機構学としてすでに確立されている。機構学における機構解析の手法はいくつかの基本法則（対偶系）の組合せをもとにしており、近年になり J. J. Uicker によりマトリックス法を用いてより一般的な定式化が行われるようになった（参考文献 [1] [2]）。例えば SPARISらは（参考文献 [1]）複素数を用いて、平面機構系の解析を行っている。

一方構造解析学においては、力の釣合の取れない機構系の変位は非正則な剛性行列のゼロ固有値に対する固有モードとして知られている。しかしこれは微小変位の範囲内である。ところが弾性有限変位理論において Y. B. Yang（参考文献 [3]）も指摘しているように離散要素を用いた際の解析精度や、妥当性を検討するうえで、簡単な Patch Test として Rigid-Body Motion Test の有用性が認識されつつある。本研究では Mechanicsの基礎研究として有限変位理論とのかね合いから機構系の剛体変位運動を追跡する手法を定式化することを試みた。通常の弾性有限変位理論とは逆に、誤差としての弾性変形を除去しながら機構解析を行った。この際、部材の断面剛性（EA, EI）は全くのダミー変数となるが、変位型の汎用プログラムにも容易に incorporate できるように剛性マトリックスによる算法を考案した。

2. 解析理論

2 節点 6 自由度の直線はり要素系を採用する。Fig. 1は、部材 AB の有限の剛体変位運動を示す。初期状態を C_0 として、ある剛体変位後の形状 C_1 が既知のとき、次の形状 C_2 を求めることを考える。 C_2' は C_1 から C_2 に到る過程に於て弾性変形（誤差）を含む形状である。

初期形状 C_0 に対する系全体の剛性行列は部材傾斜角 ϕ のみの関数として $K(\phi)$ と表される。形状 C_1 についても同様に既知の部材回転角 θ_1 を用いて ϕ の代わりに $(\phi + \theta_1)$ を新たな部材傾斜角と考えれば C_1 に対する剛性行列は $K(\phi + \theta_1)$ となる。機構系に対する剛性行列は特異であるために、剛性方程式の中から釣合方程式を一本消去する。この結果未知節点変位の数に対して方程式の数が一本不足する。この連立方程式を接線方程式として C_1 から次の形状 C_2 を予測する。予測した形状は実際には弾性変形（軸方向変形）を含む C_2' である。 $C_1 \rightarrow C_2'$ の変位において A 端の 3 つの節点変位増分 ($dU_a, dV_a, d\theta_a$) を部材全体の剛体変位パラメーターとすれば、B 端の節点変位増分から、部材の弾性変形に関する成分 ($dU_b^e, dV_b^e, d\theta_b^e$) を抽出することができる。

この弾性変位成分と、 C_2' に対する $K(\phi + \theta_1 + d\theta_a)$ を用いて、節点で発生する不釣り合い力を算出できる。 C_2' に、この不釣り合い力（誤差）を打ち消す様な節点外力を作用させ弾性変形を消去して徐々に $C_2' \rightarrow C_2'' \rightarrow C_2''' \rightarrow \dots \rightarrow C_2$ と収束させてゆく。この様に部材傾斜角（+部材回転角）を常に更新させながら、弾性変形を除去してゆくと、通常は 2~3 回の反復計算で容易に $C_1 \rightarrow C_2$ に達することができる。

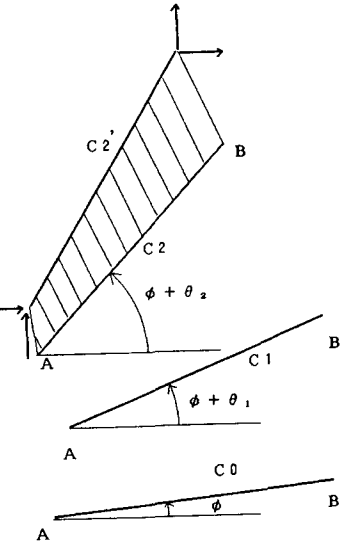


Fig. 1.

3. 計算例

機構解析の例として、系の運動学的自由度が比較的少ないものをいくつか計算した。そのうち2つの機構系 (Fig.2とFig.5) について結果を示す。Fig.2の系の部材<4>の部材回転角を矢印の方に制御した際の有限剛体変位が Fig.3で、矢印とは反対方向に<4>を回転させたのが Fig.4である。Fig.5の系は運動学的自由度が2の Kinematic な系であるので部材<1>と<4>の部材回転角を等しいとして解析を行った。その機構メカニズム運動をFig.6に示す、どちらの例題についても100%に近い精度で弾性変形を落とすことができ、きれいな剛体変位の形状となっている。

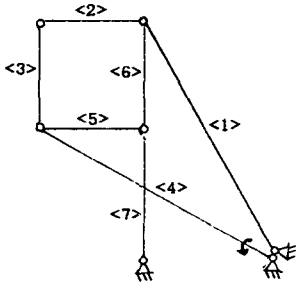


Fig 2.

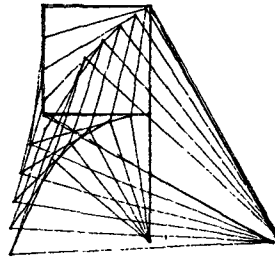


Fig 3.

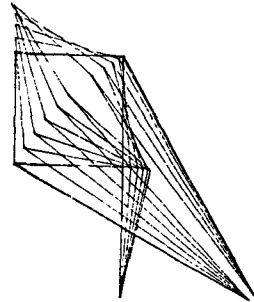


Fig 4.

4. あとがき

機構学におけるマトリックス法による機構解析とは異なり、構造解析学的に弾性解析用の剛性マトリックスを用いて機構解析を試みた。

今後、平面骨組の弾性有限変位問題 (剛体変位除去の手法、Rigid-body Motion Test) への応用や、板・殻要素の剛性マトリックスを用いて、曲面要素の収束条件としての剛体変位モードの取り込み方についても検討することを予定している。

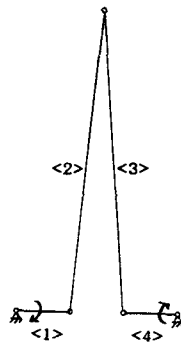


Fig 5.

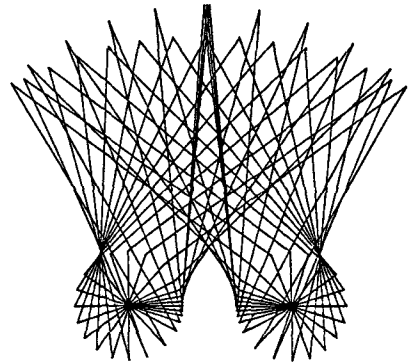


Fig 6.

《参考文献》

- 1) P.D. SPARIS and S.G. MOUROUTSOS : "Cranking Planar Mechanisms on a Microcomputer", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 40, pp.261-276, (1983)
- 2) Crouch, T.: "Matrix Methods Applied to Engineering Rigid Body Mechanics", Pergamon Press, (1981)
- 3) Yang, Y.-B. and Chiou, H.-T., : " Rigid Body Motion Test for Nonlinear Analysis with Beam Elements ", ASCE, EM, vol.113, No.9, pp.1404-1419, (1987)
- 4) 藤井文夫: "実用ボケコン構造解析 [Ⅲ] 剛体を含む系 (その1)", 土木施工25巻16号 (1984.11)
- 5) 藤井文夫: "実用ボケコン構造解析 [Ⅲ] 剛体を含む系 (その2)", 土木施工25巻18号 (1984.12)