

側方拘束のない変断面鋼骨組構造物の最適設計

○名古屋大学 学生員 小郷 昌典
名古屋大学 正員 宇佐美 勉

1. 緒言 著者らは文献1)~2)において、Beam-Columnの最適設計に関する論文を発表してきた。本研究は著者らの研究室で開発した局部座屈を考慮したはり-柱の強度相関式に有効座屈長の概念を導入し最適設計の定式化を行ない、側方拘束のない変断面鋼骨組構造物の最適設計を目的とする。

2. 定式化 図1に示すような各要素*i*で幅 b_i 、厚さ t_i の薄肉正方形箱形断面($t_i \leq b_i$)の変断面のラーメン構造物を考える。ここで、変断面とは部材を構成する要素ごとに断面形状が異なることを意味する。このような骨組構造物全体の重量を最小にする最適化を次のように定式化した。

目的関数：
$$F = \sum_i^n (A_i) \ell_i \rightarrow \text{最小化 (n:要素数)} \quad (1)$$

制約条件：
$$g_1 = R - 1.2 \leq 0 \quad (2)$$

(各要素について)
$$g_2 = L/r - 120 \leq 0 \quad (3)$$

$$g_3 = 8 - t \leq 0 \quad (\text{単位: mm}) \quad (4)$$

$$g_4, g_5 \leq 0 \quad (5), (6)$$

設計変数：
$$\{X\} = \{b_1, b_2, \dots, b_n, t_1, t_2, \dots, t_n\} \quad (7)$$

関数 g_4, g_5 は次のように定義する。

$$g_4 = \frac{P}{P_u} + \frac{M_0 C_m}{M_u (1 - P/P_E)} - 1.0, \quad g_5 = \frac{P}{Q P_y} + \frac{M_0}{M_u} - 1.0 \quad (8), (9)$$

ここで、
$$Q = 0.7/R \leq 1.0, \quad R = \frac{b}{t} \cdot \frac{\sigma_y}{E} \cdot \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 \cdot 4} \quad (10), (11)$$

$$\frac{P_u}{Q P_y} = 1.0 \quad (\lambda' \leq 0.2)$$

$$= 1.109 - 0.545 \lambda' \quad (0.2 < \lambda' \leq 1.0) \quad (12)$$

$$= \frac{1}{0.773 + \lambda'^2} \quad (1.0 < \lambda')$$

$$\lambda' = \sqrt{Q} \lambda, \quad \lambda = \frac{K L}{r} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\sigma_y}{E} \quad (13), (14)$$

$$P_E = \frac{\pi^2 E I}{(K L)^2} \quad (15)$$

$$M_u = (5Q+3)M_y/8, \quad M_y = \sigma_y W \quad (16)$$

ただし、式(1)~(16)に用いられる記号は σ_y =降伏応力、 E =弾性係数、 ν =ポアソン比、各要素について、 b =幅、 t =厚さ、 $A=4bt$ =断面積、 ℓ =要素長、 $r=b/\sqrt{6}$ =断面2次半径、 $W=4b^2t/3$ =断面係数、 $I=2b^3t/3$ =断面2次モーメント、 $P_y = \sigma_y A$ =降伏軸力、 $C_m=0.85$ =材端モーメント補正係数、各部材について、 L =部材長、 K =有効座屈長係数である。 P は各要素に働く軸圧縮力であり、 M_0 はその要素の両端の曲げモーメントのうち絶対値の大きい方の値である。制約条件 $g_1 \sim g_5$ は各要素について考慮するが、部材長 L はその要素が属する部材の長さであることを注意しなければならない。また、有効座屈長係数 K の計算は文献4)の式により、各柱における平均的な断面2次モーメントを基に計算する。

3. 計算法 最適化の計算法として、Backtrack法²⁾による部分構造の逐次最適化手法³⁾を用いた。この方法は構造物を幾つかの部分構造に分割し、部分構造ごとの最適化を逐次繰り返すことにより最適化を行う。この部分構造ごとの最適化をBacktrack法によって行なう。Backtrack法は、各設計変数の最小値、最

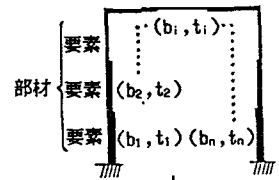


図1 対称とする構造

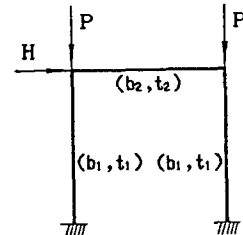


図2 1層のラーメン

大値および変化量を設定して得られる離散値の集合について、制約条件を満足しながら目的関数を最小にする設計変数の値(最適値)を試行錯誤的に求める方法である。また、P, M₀はマトリクス構造解析法を用いて求めている。

4. 計算結果 図2のような1層のラーメン構造物に鉛直荷重Pと水平荷重Hとを載荷したときの最適化計算の結果を以下に示す。この例は最も単純な1部材が1つの要素で構成されている場合ありで、鉛直荷重Pと水平荷重Hとの3つ組合せについて最適化を行なっている。設計変数には左右両方の柱およびはりの、幅と厚さを選び $\{X\} = \{b_1, b_2, t_1, t_2\}$ とした。表1に計算を行うにあたって設定した設計変数の最小値、最大値および変化量と、結果として得られた設計変数および目的関数の最適値を示した。さらに多数の鉛直荷重Pと水平荷重Hとの組合せについて最適化を行ない、その最適解よりなる骨組のHの極限值H'(水平極限荷重)をP-Δ法⁵⁾で求めた。具体的には最適計算に用いた鉛直荷重Pの基で、H'を計算した。図3は無次元化によりP/P_yに対するH/H_yとH'/H_yとを示したものである。最適化でのH/H_yの値が同じP/P_yに対するH'/H_yに比べ小さい値を示していることが解る。このことから、最適化により得た断面の大きさは安全側であるといえる。ここでP_yは柱の降伏軸力であり、H_yは鉛直荷重Pがない場合に、弾性微小変形理論により求められた曲げモーメント分布が最大となる点で、曲げモーメントが降伏曲げモーメントに達するときの水平荷重である。また、P, P_y, H, H', H_yの値は表2の通りである。

5. まとめ P-Δ法との比較によると、本研究の最適化による方がかなり安全側であるが、この例は1部材が1つの要素で構成されている場合ありで構造の各部分では必要以上に断面が大きくなっていると考えられる。部材を複数要素に分割し要素の数を増やして行けば、各要素ごとで断面を無駄のない大きさにすることができ目的関数がより小さくなるような極限的な最適化ができるはずである。そのような最適化について現在、計算を行なっている。その結果は、当日発表する予定である。

表1 最適化の計算例

鉛直荷重 P (t)	水平荷重 H (t)	設計変数 X _i (cm)	変化量 ΔX _i (cm)	最小値 X _{i min} (cm)	最大値 X _{i max} (cm)	最適値 X _{i opt} (cm)	目的関数の最適値 (m ²)
1100.0	40.0	X ₁ (b ₁)	2.0	40.0	96.0	72.0	1.816
		X ₂ (t ₁)	0.1	0.8	3.2	2.4	
		X ₃ (b ₂)	2.0	24.0	80.0	48.0	
		X ₄ (t ₂)	0.1	0.4	2.8	1.2	
800.0	60.0	X ₁ (b ₁)	2.0	40.0	96.0	76.0	1.709
		X ₂ (t ₁)	0.1	0.8	3.2	2.2	
		X ₃ (b ₂)	2.0	24.0	80.0	54.0	
		X ₄ (t ₂)	0.1	0.4	2.8	1.0	
400.0	80.0	X ₁ (b ₁)	2.0	40.0	96.0	68.0	1.551
		X ₂ (t ₁)	0.1	0.8	3.2	2.0	
		X ₃ (b ₂)	2.0	24.0	80.0	62.0	
		X ₄ (t ₂)	0.1	0.4	2.8	1.3	

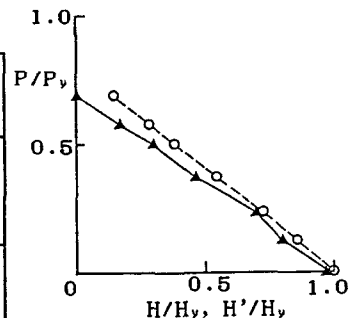


図3 P-Δ法との比較

参考文献

- 1) 宇佐美・寺尾:土木学会論文集, 第362号/1-4, 1986.
- 2) 吉野・寺尾・宇佐美:第41回土木学会年次講演会, 1986.
- 3) 浅野・吉野・宇佐美:第42回土木学会年次講演会, 1987.
- 4) 垣内・宇佐美:第42回土木学会年次講演会, 1987.
- 5) Bruce G. Johnston: Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, A Wiley-Interscience Publication, 1976

表2 図3の荷重および無次元化の諸量

P (t)	P _y (t)	H (t)	H' (t)	H _y (t)
0.0	1560.0	95.0	98.0	98.0
200.0	1650.0	90.0	95.8	111.9
400.0	1740.0	80.0	83.1	114.1
800.0	2140.0	60.0	71.1	130.2
1100.0	2210.0	40.0	51.3	135.8
1200.0	2080.0	20.0	33.8	120.7
1400.0	2030.0	0.0	15.7	109.3