断面力表示構成則を用いた
鋼骨組み構造物の弾塑性有限変位解析

○ 名古屋大学　学生員　柴田輝昭
名古屋大学　正　員　水野英二
名古屋大学　正　員　宇佐美勉

緒言

コンピュータの発達や、ＦＥＭをはじめとする種々の計算方法の進歩により、鋼骨組み構造物の弾塑性解析の精度は向上したが、それでもなお、計算上多くの問題を残している。例えば、準静的荷重（繰り返し荷重）の加わる構造物の解析を行う場合、その断面をメッシュに切って降伏をチェックしながら実行する計算もまた膨大な時間とコストを要することは明かであり、迅速かつ高精度な方法が望まれる。　本研究では、断面の直接関数である降伏関数を用いることによって、断面力表示構成則を求め、降伏判定を行い、弾塑性有限変位解析を行った。このような工夫をすることによって、計算時間の大幅な節減を試みた。準静的荷重の加わる鋼骨組み構造物解析をめざす著者らにとって本研究は、その基礎的研究となるものである。

降伏関数について

今回の解析では、軸力（Ｎ）と曲げモーメント（Ｍ）を受ける完全弾塑性体断面について、降伏関数を定めた。（図－１参照）　即ち、初期降伏関数F_1および完全塑性状態降伏関数F_2を以下のようにおく。

$$F_1 = f\cdot m + n - 1 \tag{1}$$

$$F_2 = m^{C1} + n^{C2} - 1 \tag{2}$$

ここで、 $m=M/M_p$、$n=N/N_y$、M_p＝全塑性モーメント、N_y＝降伏軸力、f＝形状係数（＝Z／W、Z＝塑性断面係数、W＝弾性断面係数）、C1、C2＝断面形により定まる係数である。 矩形断面に対しては、C1=1.0、C2=2.0 であり、一般断面（ＢＯＸ、Ｈ型等）についてのこの係数は、モーメントと軸力の相関関係を、

$$m^{C1} + n^{C2} = 1 \tag{3}$$

とし、C1、C2 を非線形最小二乗法によって定めるものとする。

続いてF_1とF_2より、これ以後の数値計算や構成則を求めるのに用いる（後続の）降伏関数Ｆを以下のように求める。まず文献１）より、以下に定めるパラメータαを導入する。αはχ_{ps}の関数で、断面内での弾塑性状態の尺度となるべき硬化パラメータである。（図－２参照）

$$\alpha = 1 - (1/3)\cdot EXP(-\beta\cdot\bar{\chi}_{ps}) \tag{4}$$

$\bar{\chi}_{ps}=E\cdot I\chi_{ps}/M_p$ とし、β＝定数（一般に、$\beta=4$）、χ_{ps}＝相当塑性曲率、Ｅ＝弾性係数、Ｉ＝断面二次モーメントである。定数βはここでは4とした。

次に、降伏関数F_2の右辺のM_pを、$M_p\rightarrow\alpha\cdot M_p$[1]とおきかえ、さらに $g(m,n)\cdot(1-\alpha)$ を加えてやる。そして、$\alpha=2/3$ のとき$F=F_1$となるように、$g(m,n)$ を定める。こうして求めた降伏関数Ｆは、次のようになる。

$$F = (m/\alpha)^{C1} + n^{C2} - 1 + g(m,n)\cdot(1-\alpha) \tag{5}$$

$$g(m,n) = 3\cdot(f\cdot m - (1.5\cdot m)^{C1} + n - n^{C2}) \tag{6}$$

構成則について

こうして求めた降伏関数Ｆに、適合条件（consistency condition）、法線則（normarity rule）等を

あてはめる。

$$\frac{\partial F}{\partial M} dM + \frac{\partial F}{\partial N} dN + \frac{\partial F}{\partial \chi_{ps}} d\chi_{ps} = 0 \qquad \text{適合条件} \qquad (7)$$

$$d\chi_p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial M} \text{、} d\varepsilon_p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial N} \qquad \text{法線則} \qquad (8)$$

ここで、$d\varepsilon_p$＝軸方向塑性歪み増分、$d\chi_p$＝塑性曲率増分、$d\lambda$＝スカラー量である。
また、ここでは1軸曲げを取り上げたため、$d\chi_{ps} = d\chi_p$ として、増分形での断面力（モーメント、軸力）表示による構成則を求めた。
即ち、

$$\begin{Bmatrix} dN \\ dM \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{ep}(1,1) & D_{ep}(1,2) \\ D_{ep}(2,1) & D_{ep}(2,2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon \\ d\chi \end{Bmatrix} \qquad (9)$$

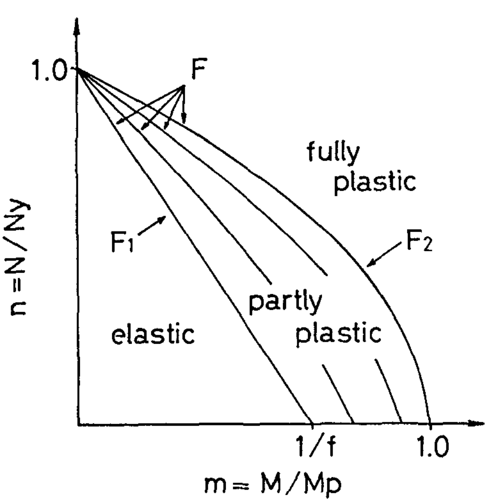
ここで、D_{ep}：弾塑性マトリックス、$d\varepsilon$：軸方向歪み増分、$d\chi$：曲率増分 である。

計算結果

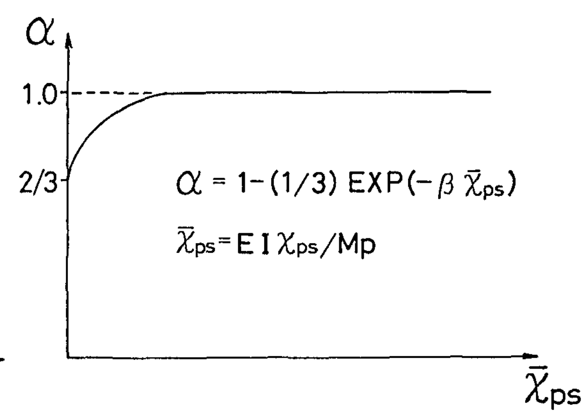
解析を実行するに際して、変形によって刻々と更新される要素座標系により断面力を定義してゆく、Updated－Lagrange法を用いて定式化した。また、構造物に不安定現象が生じ荷重が低下する場合も考慮して収束計算を行うにあたり修正弧長法を用いた。

参考文献

1）M.A.Crisfield：ON AN APPROXIMATE YIELD CRITERION FOR THIN STEEL SHELLS 、TRRL Lab. Report 658 1974.



図－1　降伏関数概念図



図－2　$\alpha \sim \chi_{ps}$ 関係