

鋼桁腹板の後座屈強度

岐阜大学工学部 正会員 森脇 良一
 岐阜大学工学部 正会員 奈良 敬
 岐阜大学大学院 学生員 ○森 浩雅
 岐阜大学工学部 学生員 山口 伸之

1. まえがき

平板の座屈の解析は、プレートガーダーなどの薄板構造を主体とする構造物の耐荷力を論じる上で重要な解析の一つと考えられる。ところで平板の後座屈領域を考えると、応力と変位の関係は、幾何学的非線形な有限変位理論によらなければならなくなり、一般にその解析は非常に困難になる。この種の解析は有限要素法による解析が主流となっているが、平板のような単純な構造を対象にした幾何学的非線形の問題に対しては、ガラーキン法を用いるのが有効な場合がある。この種の解析方法は、1949年 Levy¹⁾ によって単純圧縮を受ける板の後座屈解析に適用されて以来、拡張されてきた。²⁾ ところが、荷重辺単純支持、非荷重辺固定といった支持条件の下での初期たわみを有する板が面内曲げとせん断などの外力を受ける場合の後座屈の解析は、あまり行われていない。この原因として、固定支持の場合のたわみ関数が複雑であるために、実際の計算可能な解析式の導出が極めて困難となることに起因しているのではないと思われる。そこで本研究では固定支持の境界条件に適合し、かつ解析上合理的な新しいたわみ関数を用いてガラーキン法によって荷重辺単純支持、非荷重辺固定支持のもとで曲げとせん断の組み合わせ荷重を受ける板の大変形解析（後座屈挙動）を行ったものである。なお補剛材を取り付ける場合も考慮に入れて、ここでは直交異方性平板として解析を行った。

2. 解析方法

解析対象とする正方形板のモデルと荷重状態をFig. 1 に示す。本解析で用いた、座屈によるたわみの近似関数 w を式(1)に示す。

$$W_0 = t \sum_m \sum_n A_{mn} \left\{ \cos \frac{(m-1)\pi X}{a} - \cos \frac{(m+1)\pi X}{a} \right\} \sin \frac{n\pi Y}{b}$$

$$W_1 = t \sum_m \sum_n B_{mn} \left\{ \cos \frac{(m-1)\pi X}{a} - \cos \frac{(m+1)\pi X}{a} \right\} \sin \frac{n\pi Y}{b}$$

..... (1)

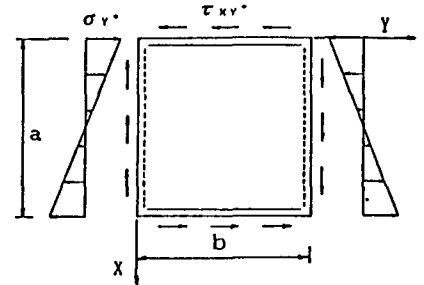


Fig. 1 正方形板のモデルと荷重

ここに、 W_0, W_1 はそれぞれ、初期たわみと座屈による付加たわみ関数を示す。応力関数 F によって表した基礎方程式を式(2)に示す。

$$J_x \frac{\partial^4 F}{\partial X^4} + 2J_z \frac{\partial^4 F}{\partial X^2 \partial Y^2} + J_y \frac{\partial^4 F}{\partial Y^4} = \frac{\pi^4 t^2}{4 a^2 b^2} \sum_p \sum_q C_{pq} \cos \frac{p\pi X}{a} \cos \frac{q\pi Y}{b}$$

..... (2)

但し、 $J_x = 1/E_y t$ 、 $J_y = 1/E_x t$ 、 $2J_z = 1/G t - V_x J_y - V_y J_x$ 、 C_{pq} は初期たわみおよび付加たわみのたわみ関数の係数で A_{mn}, B_{mn} の2次多項式である。式(2)の F は付加たわみによる応力関数 F_1 と、外力条件から定まる応力関数 F_0 との和である。 F_1 と F_0 を式(3)及び式(4)、(5)に示す。

$$F_1 = t^2 \sum_p \sum_q \Phi_{pq} \cos \frac{p\pi X}{a} \cos \frac{q\pi Y}{b}$$

..... (3)

面内曲げを受ける場合

$$F_o = -N_v \left(\frac{X^3}{3} - \psi a \frac{X^2}{2} \right) / a \quad \dots \dots \dots (4)$$

せん断を受ける場合

$$F_o = -N_{xy} \cdot XY \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここに、上式中のΦpqは以下のように表せる。

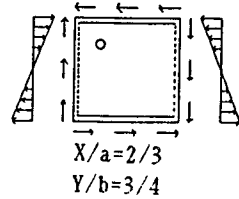
$$\Phi_{pq} = \frac{\alpha^2 C_{pq}}{4 (J_x \alpha^4 p^4 + 2 J_z \alpha^2 p^2 q^2 + J_y q^4)} \quad \text{なお } \alpha = b/a \text{ である。}$$

ガラーキン法により未知係数Bmnはw₀, w₁及び求められたFを板の面外方向のつりあい式、式(6)に代入して得られるm n元連立三次方程式を解くことによって決定される。

$$\int \int_a (D_x \frac{\partial^4 W_1}{\partial X^4} + 2D_z \frac{\partial^4 W_1}{\partial X^2 \partial Y^2} + D_y \frac{\partial^4 W_1}{\partial Y^4} - \frac{\partial^2 F}{\partial Y^2} \frac{\partial^2 (W_0 + W_1)}{\partial X^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial X^2} \frac{\partial^2 (W_0 + W_1)}{\partial Y^2} + 2 \frac{\partial^2 F}{\partial X \partial Y} \frac{\partial^2 (W_0 + W_1)}{\partial X \partial Y}) \pi_{rs} dx dy = 0 \quad \dots \dots \dots (6)$$

ここに、∫∫_a dx dyは板の中立面における面積分を表しπ_{rs}は幾何学的境界条件を満足する基底関数であり次式のようになる。

$$\pi_{rs} = \left\{ \cos \frac{(r-1)\pi X}{a} - \cos \frac{(r+1)\pi X}{a} \right\} \sin \frac{s\pi Y}{b} \quad \dots \dots \dots (7)$$



3. 解析結果

Fig. 2に荷重と面外たわみの関係を示す。

Fig. 3は荷重と応力の関係を示したものであり、σ_x, σ_y, τ_{xy}は膜応力、σ_{Bx}, σ_{Bv}, τ_{Bxy}は面外たわみによる応力を示す。初期たわみのない板では座屈後に圧縮側軸方向応力(-σ_y)が引張側へ移行するのが明らかとなる。これは曲げ座屈による断面欠損及びせん断座屈に伴う張力場の両現象が重なって作用した結果であると考えられる。また他の膜応力についても、両現象の影響をうけた結果として理解される。さらに初期たわみを有する板の荷重と膜応力の関係を初期たわみのない板のそれと比較すると、座屈荷重の50%程度から両曲線の差が明らかとなり座屈荷重において両曲線の差が最大となるが、座屈荷重後は荷重の増加に従って両曲線は急速に漸近する。W_{o,max}=t/3程度の初期たわみが膜応力に及ぼす影響は座屈後早期に解消されることを示している。

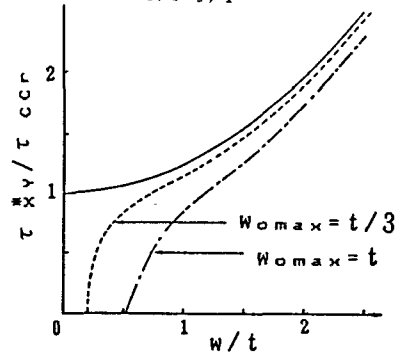


Fig. 2 荷重と面外たわみの関係

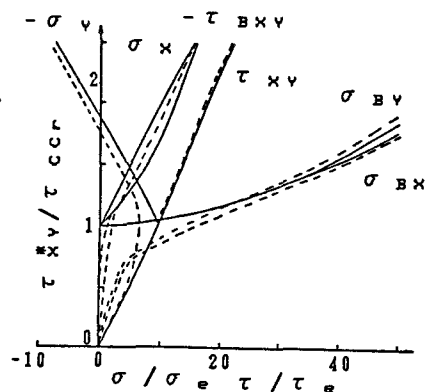


Fig. 3 荷重と応力の関係

参考文献 1) S. Levy : " Bending of Rectangular Plates With Large Deflections ", National Advisory Committee for Aeronautics Report No. 737

2) 例えば、小西一郎、白石成人、渡辺英一 : " 腹板の耐荷力に関する一考察 ", 土木学会論文報告集 第136号 1966