

面外曲げを受ける薄板の矩形孔から発生したクラックの S. I. F. と近似式

名高速道路公社 正員 ○ 飯田字朗
 名古屋工業大学 正員 長谷部宜男
 名古屋工業大学 正員 中村卓次

まえがき

一般に応力集中部にはクラックが発生しやすく、応力集中部に発生したクラックの解析は数多くなされている〔1〕。しかし薄板の面外曲げ問題については、複數クラックの解析、円孔とクラックの影響の解析、屈折クラックの解析等が見受けられるが平面弾性問題に比してその解析例は少ないようである。

ここでは無限板中の矩形孔より対称に発生したクラックを薄板の面外曲げ問題について解析する。荷重条件として x 軸方向無限遠での一様面外曲げ荷重を扱い、矩形孔の角度、クラック長、ポアソン比を変化させ各々の場合の応力分布や応力拡大係数を求める。解析は分数式の和の形の写像関数と複素関数を用いて行なう〔2〕〔3〕。又、簡便に応力拡大係数を求める方法として、クラック発生前の応力分布を用いた近似式を示す。

解法及び解析結果

対称に発生したクラックのある矩形孔を有する無限領域を単位円外へ等角写像するのに次式のような分数式を用いる〔4〕。

$$z = \omega(\zeta) = \sum_{k=1}^{48+2n} \frac{E_k}{\zeta_k - \zeta} + E\zeta \quad (1)$$

解析は複素関数 $\phi(\zeta)$ 、 $\psi(\zeta)$ と式 (1) の写像関数を用いて行う〔2〕〔3〕。図-1 に矩形孔の角度 90° 、ポアソン比 $\nu = 0.25$ 、クラック長 $= 0.5$ の場合の応力分布を示す。

又、クラック付近の曲げモーメント、ねじりモーメントは次式のように表わされる。

$$M_y + M_x = \frac{2}{\sqrt{2r}} (k_B \cos \frac{\theta}{2} - k_S \sin \frac{\theta}{2}) \quad (2)$$

$$M_y - M_x + 2iM_{xy} = \frac{1}{2(1+\nu)\sqrt{2r}} [\{ (7+\nu)k_B + 1(5+3\nu)k_S \} e^{-i\theta/2} + (1-\nu)(k_B - ik_S) e^{-5i\theta/2}]$$

ここで r 、 θ : クラック先端に原点をとった極座標。 k_B : 曲げの応力拡大係数、 k_S : ねじりの応力拡大係数である。 ν はポアソン比である。 応力拡大係数 k_B 、 k_S は複素関数 $\phi(\zeta)$ 、 写像関数 $\omega(\zeta)$ を用いて次式で計算される。

$$k_B - ik_S = -2D(1+\nu)e^{-i\gamma/2} \phi'(\sigma_1) / \sqrt{\omega''(\sigma_1)} \quad (3)$$

ここでは対称性より $k_S = 0$ となる。そして曲げの応力拡大係数 k_B を次式のように無次元化表示する。

$$F_B = \frac{3+\nu}{1+\nu} \frac{k_B}{M_0 \sqrt{a+b}} \quad (4)$$

矩形孔の角度 $\delta\pi = 0^\circ$ の場合は長さ $2(a+b)$ のクラックに相当する。図-2 に各場合の F_B 値を示す。

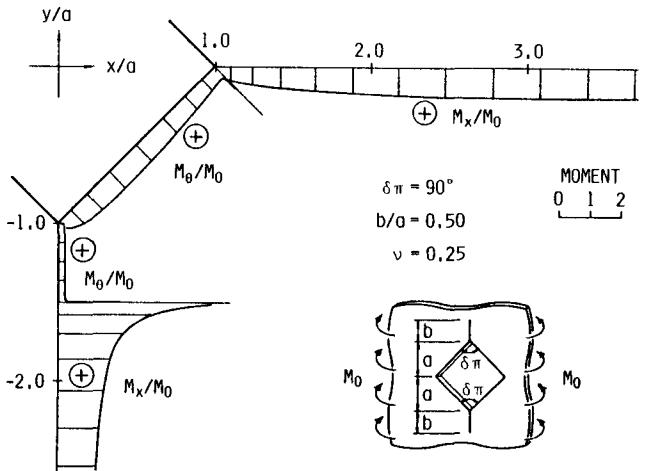


Fig.1 Stress Distributions

応力拡大係数を求める近似式

クラックの応力拡大係数をクラック発生前の応力分布より求める近似式を次式のように表わす。

$$k_B = \frac{1+\nu}{3+\nu} A M(b) \sqrt{b} \quad \text{--- (5)}$$

ここでAは隅角部の角度とポアソン比に依存する係数である。bはクラック長、M(b)はクラック長bに対応し、クラック発生前のbの位置の曲げモーメントを用いる。

又、矩形孔の隅角部先端からの距離をrとすると対称軸上の曲げモーメントM(r)は次式のように表わされる〔5〕〔6〕。

$$M(r) = f_{\theta} r^{m_1} + f_{\theta_2} r^{m_2} + f_{\theta_3} r^{m_3} + \dots \quad \text{--- (6)}$$

隅角部近傍の応力分布について式(6)の右辺第1項のみと、第2項までとった応力分布の近似式を考える。そして式(5)より矩形孔の大きさaを基準とし、式(4)によって無次元化した隅角部近傍の F_B は次式のように表わされる。

$$F_B' = A \cdot f_{\theta} (b/a)^{m_1} \sqrt{b/a} \sqrt{a} / \sqrt{a+b} \quad \text{--- (7)}$$

$$F_B' = A \{ f_{\theta} (b/a)^{m_1} + f_{\theta_2} (b/a)^{m_2} \} \sqrt{b/a} \sqrt{a} / \sqrt{a+b} \quad \text{--- (8)}$$

ここで f_{θ} は無限板中の矩形孔のx軸方向無限遠での一様面外曲げ荷重における隅角部の強さである〔6〕。又、Aの値は半無限板の縁の三角形切欠きから発生したクラックにおいて一様面外曲げ荷重のもとで応力拡大係数を求める近似式に用いた値を使う〔7〕。表-1に矩形孔の角度 90° 、ポアソン比 $\nu=0.25$ の場合の F_B 値、 F_B' 値及びそれらの誤差を示す。この表よりクラック長の短い場合はかなりの精度で近似できることが分かる。

Table 1. Values of F_B , Approximate Values F_B'

| b/a(a/b) | Eq.(7) | Error (%) $\frac{Eq.(7)-Eq.(4)}{Eq.(4)}$ | Eq.(8) | Error (%) $\frac{Eq.(8)-Eq.(4)}{Eq.(4)}$ | Eq.(4) |
|----------|--------|---|--------|---|--------|
| 0.100 | 0.785 | -0.4 | 0.793 | 0.6 | 0.788 |
| 0.200 | 0.864 | -0.9 | 0.877 | 0.6 | 0.872 |
| 0.400 | 0.919 | -2.0 | 0.940 | 0.2 | 0.938 |
| 0.600 | 0.933 | -3.4 | 0.960 | -0.6 | 0.966 |
| 0.800 | | | 0.956 | -2.3 | 0.979 |
| 1.000 | | | | | 0.986 |
| (0.800) | | | | | 0.992 |
| (0.600) | | | | | 0.996 |
| (0.400) | | | | | 0.999 |
| (0.0) | | | | | 1.000 |

文献

〔1〕 Y. Murakami ed., Stress Intensity Factors Handbook, Pergamon Press (1986)

〔2〕 N. Hasebe, Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE, 104 (1978) 1433-1450

〔3〕 N. I. Muskhelishvili, Some Basic Problems of Mathematical Theory of Elasticity, Noordhoff (1963)

〔4〕 N. Hasebe and S. Inohara, Engineering Fracture Mechanics 14(1981) 607-616

〔5〕 M. L. Williams, 1st U.S. National Congress of Applied Mechanics (1951) 325-330

〔6〕 N. Hasebe and J. Iida, Journal of Engineering Mechanics, 109(1983) 346-356

〔7〕 N. Hasebe and J. Iida, Engineering Fracture Mechanics, 11(1979) 645-652

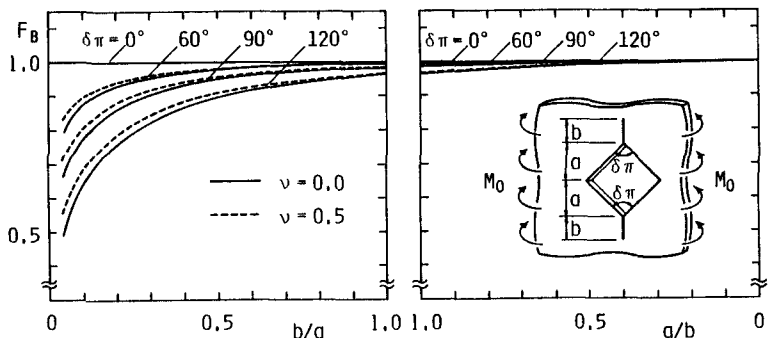


Fig.2 Nondimensional Stress Intensity Factors F_B