I－6

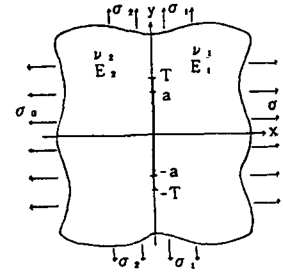
異質弾性体境界面の亀裂周辺の応力集中について

岐阜大学　学生員　矢崎博芳
華北水利電学院　正会員　段　樹金
岐阜大学　正会員　中川建治

1．はじめに

土木工学の分野では、弾性定数が異なる材質の接触面に存在するクラック（インターフェイスクラック）の周辺の応力解析も重要な研究課題の一つであると思われる。インターフェイスクラックについては、Erdogan[1]やSih, Rice[2]らの研究があるが、クラック線上の応力分布は急激な変動をする成分を持つことになり、極めて不自然なものとなる。本研究では境界面のクラック先端付近の応力度が緩やかに増加しつつつ、有限な応力集中となるような応力関数を導くことを目的としている。

解析方法は弾性係数の一方が無限大、他方が有限であるような半無限板の境界にクラックが存在しているモデルの応力関数をフーリエ変換を用いて表すものであり、クラック先端のプロセスゾーンに対する拘束条件を緩める手法によって、従来の集積特異点の発生を回避する解法である。



図－1　亀裂を持つ異質弾性体と引張り応力度

2．応力関数F(x，y)について

応力関数F(x，y)をフーリエ変換で表された重調和関数で次のように定義する。

$$F(x,y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} \exp(ity)\cdot g(x,t)\,dt \tag{1}$$

$$g(x,t)=c_1\exp(-tx)+c_2\,tx\exp(-tx)+c_3\exp(tx)+c_4\,tx\exp(tx)$$

ここでC_1～C_4はtの任意関数であり、$x\to\pm\infty$で変位や応力度が有限になるように$C_1=C_2=0$（$t<0$），$C_3=C_4=0$（$t>0$）という条件を付ける。本解法の第2の特徴はクラック開口部$(-T,T)$の変位u_0, v_0が有限項のフーリエ級数で表現されると仮定する点である。

$$u_0(y)=\frac{1}{E_1}\sum_{k=1}^{2n-1}U_k\sin\frac{k\pi}{2T}(y+T) \tag{2}$$

$$v_0(y)=\frac{1}{E_1}\sum_{k=2}^{2n}V_k\sin\frac{k\pi}{2T}(y+T) \tag{3}$$

（n：自然数）

このようにフーリエ級数で仮定した開口形状（式(2),(3)）をフーリエ変換を用いた形で表して、式(1)より得られる変位と比較することによって、C_1～C_4が決定される。(ただし、C_1～C_4にはフーリエ係数U_k, V_kが入っていることに注意する。)

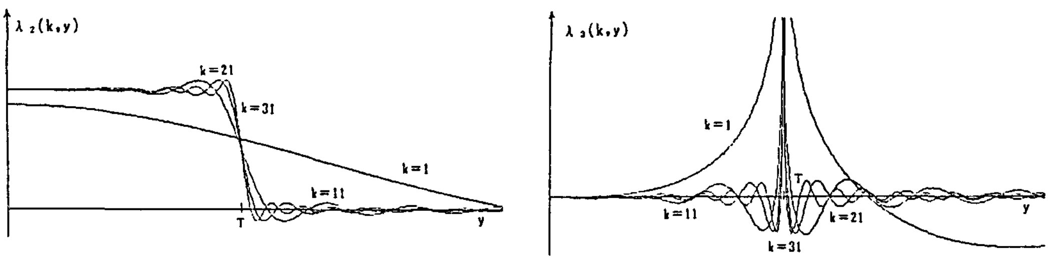
このF(x，y)による応力度σ_xは、開口区間$(-a,a)$で一様応力度σ_0となるが、実際は開口区間でゼロである。そのために全体に一様応力度$-\sigma_0$の分を重ね合わせるのである。

また、F(x,y)による応力度は次の3式から構成されている。

$$\lambda_{1k}(y)=\int_0^{\infty}\frac{1}{2\xi}\{\sin(T+y)\xi+\sin(T-y)\xi\}\,d\xi$$

$$\lambda_{2k}(y)=\int_{-\frac{k\pi}{2T}}^{\frac{k\pi}{2T}}\frac{1}{2\xi}\{\sin(T+y)\xi+\sin(T-y)\xi\}\,d\xi$$

$$\lambda_{3k}(y)=\int_{\frac{k\pi}{2T}}^{\infty}\frac{1}{2\xi}\{\cos(T-y)\xi-\cos(T+y)\xi\}\,d\xi$$

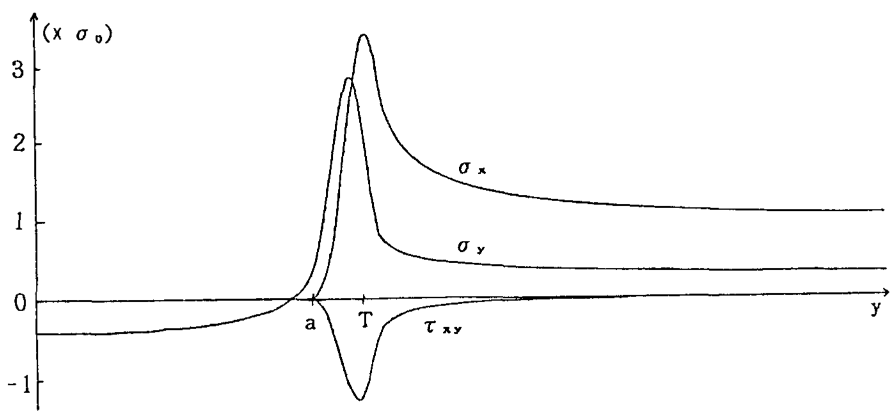


図－2 本研究に利用した関数

3．フーリエ係数U_k, V_kの決め方

クラック開口変位をフーリエ級数で展開できると仮定し、式(1)よりの変位と比較したために、すべての式の中にフーリエ係数U_k, V_kが入っている。そこでフーリエ係数U_k, V_kを決定する条件を、開口区間(－a，a)でσ_xの二乗とτ_{xy}の二乗の和が最小(→0)となるように条件を付ける。さらに開口部先端の特異項が0になるという条件も導いて全体としてU_k, V_kを決定する。これが本研究の第3の特徴である。

4．応力図



図－3 本研究の応力度

5．まとめ

1）クラック部分(－T，T)の中で条件を課したのは、開口部(－a，a)とクラック先端部(±T)のみで、プロセスゾーンは何も条件を与えずに応力度を求めた。

2）求めた応力度はすべて有限となり、Erdoganの応力度のように激しい変動が生じるものでなく有効なものではないかと思われる。

3）せん断クラックの問題についてもほぼ同様な手法で解き得る。

4）両側弾性体の場合についても開口変位差をフーリエ級数で展開できると仮定を換えることにより適用できると思われる。

【参考文献】

1). F. Erdogan : Stress Distribution in Bounded Dissimilar Materials With Cracks, J. of the ASME 32, pp403-410

2) G. C. Sih and J. R. Rice : The Bending of Plates of Dissimilar Materials With Cracks, J. of Applied Mechanics, Transactions of the ASME 31, pp. 477-482