き裂周辺で有限な応力集中を構成する応力関数によるJ積分について

岐阜大学　工・土木工学専攻　学生員　○藤井康寿
華北水利水電学院　正会員　段　樹金
岐阜大学　工・土木工学科　正会員　中川建治

1. まえがき

本研究は、図－1に示すような半径a，厚さ0の円盤状クラックを含む3次元無限体が引張りを受けて有限な応力集中を生じるような応力関数を導き、破壊メカニズムを解明する上で重要な解析的な手段であるエネルギー解放率（J積分）においてどのようになるかを検討している。ここで、応力集中を有限化する手法は重みρ(a)を乗じつつクラックの半径r方向に沿って区間(a，a＋b)にわたって積分することによって得られる[1]。

2. Jの導き方

半径a，厚さ0(Z＝0)の円盤状クラックの引張り問題の応力関数と変位関数に本研究の特徴である重みρ(t)(a t とする)を乗じて積分する。その結果、図－2に示すような重みρ(t)の相違による応力分布が、プロセスゾーン(a，a＋b)において、それぞれ図－3に示すようなものとなる。このZ方向の応力σ_{zK}(r：a，b)と変位ω_K(r：a，b)を用いてエネルギー解放率Jを導く。

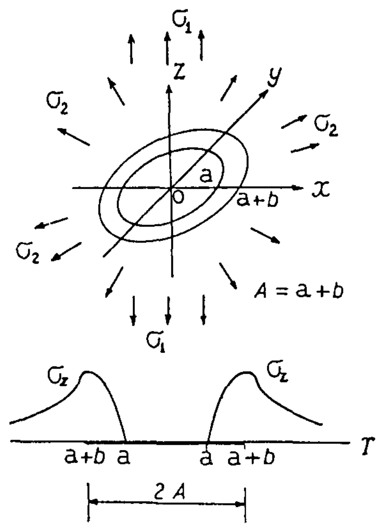
1）領域|r|＜aで円盤状クラックを持ち、無限遠方で一様引張り応力σ_1を受けている無限体が、同時にクラック部分でも一様応力σ_1を受けているなら完全に一様な応力を受けるクラックのない無限体とみなすことができる。

2）無限遠方の応力はそのままにしてクラック部分の作用応力(始めはσ_1)を緩やかに変化させて領域|r|＜aで応力は0，領域a＜|r|＜a＋bで応力σ_{zK}(r：a，b)は図3になるようにする。この場合に開口変位は、0よりω_K(r：a，b)へ変化する。このとき、クラック部分で解放される全ポテンシャルエネルギーをW_Kとすると次のようになる。

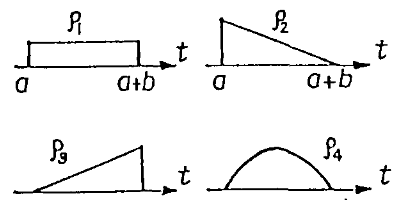
$$W_K(r:a,b) = W_{K1}(r:a,b) + W_{K2}(r:a,b)$$

$$W_{K1}(r:a,b) = 2\pi\sigma_1\int_0^{a+b} r\,\omega_K(r:a,b)\,dr$$

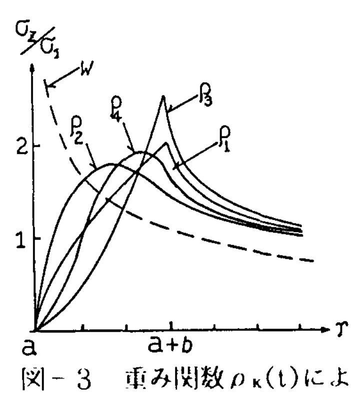
$$W_{K2}(r:a,b) = -2\pi\int_a^{a+b} r\,\omega_K(r:a,b)\,\sigma_{zK}(r:a,b)\,dr$$



図－1　円盤状クラックの座標



図－2　重み関数ρ_K(t)の形状



図－3　重み関数ρ_K(t)による応力分布

エネルギー解放率Jとは、クラック開口長さaが変化することによる全ポテンシャルエネルギーW_Kの変化率(3次元の場合、単位体積当たり)であるが、本研究では従来のクラック(長さa)と応力度と開口変位が存在するプロセスゾーン(長さb)を設定しているので従来のクラック(b＝一定)進展に対するW_Kの変化率J_{aK}とプロセスゾーン(a＝一定)進展に対するものJ_{bK}を次のように定義する。

$$J_{aK}=\frac{1}{2}\frac{\partial W_K}{\partial a}\quad,\quad J_{bK}=\frac{1}{2}\frac{\partial W_K}{\partial b}$$

一般に3次元弾性体問題におけるJは、

$$J_1=\frac{(1-2\nu)}{\pi G}(\sigma_1-\sigma_c)^2a^2$$

となっているので[2]、本研究におけるプロセスゾーンがない状態(b＝一定)、すなわち、従来のクラック問題のJを表している。したがって、重み関数$\rho_1(t)$〜$\rho_3(t)$に対する応力と変位からJ_{aK}とJ_{bK}を計算してJ_1の比率(σ_c＝0と仮定)としてまとめて図－4に示す。図中の実線は、bを一定としてaを変化させたJ_aであり、点線はaを一定としてbを変化させたJ_bである。

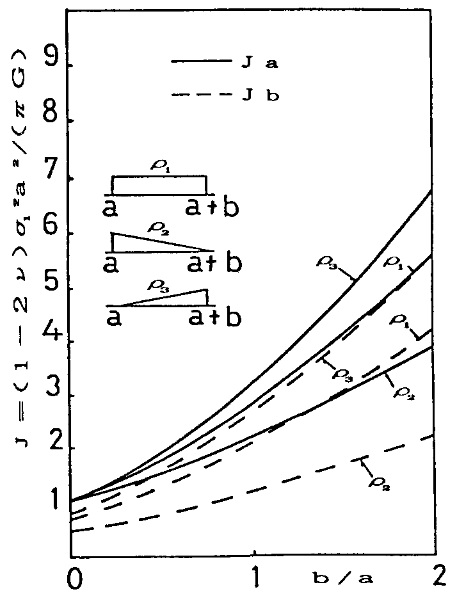


図 4 エネルギー解放率(3次元)

3. むすび

本研究は重み積分法を円盤状クラックを解くことに拡張して、ある応力を受けている弾性体の解として何の不都合な点も持たない解を導いている。しかし、実験データをもとにして破壊規準を表す1つの指標としてJ積分を扱う場合、本研究のモデルは従来の解と異なり、図 3に示すように開口変位と応力の共存部分を設定してあるので、エネルギー論的に従来の解と大きな相違があっては好ましくないと思われる。すなわち、従来のWestergarrdの応力関数によるJと筆者等の外力に比例し、緩やかに立ち上がる2つの特性を持つ応力関数のJとが現実のものと飛躍していては不合理であるので検討を試みた。

その結果、図－4から次のような結論を得た。

1) b／a＝0では、従来のクラックへ収束するのでJ_a＝1は当然の結果である。

2) J積分の結果、変化率が連続的に変わるので不自然ではない。

著者等が提案した応力関数は数学的なモデルであり、物理的な意味で詳細な理論づけをしていない。したがって、将来の展望としてプロセスゾーンbは仮定した値でどの重み$\rho_K(t)$が材料の破壊特性にあっているかを実験データと照合して検討する必要がある。

【参考文献】

1)段 樹金・兒嶋弘行・中川建治：土木学会論文報告集、第374号/I-6,1986

2)H.Miyamoto:Three-dimensional problems in the theory of elasticity (in Japanese),Syokabo,Tokyo(1979)

3)藤井康寿・矢崎博芳・中川建治:土木学会第41回年次学術講演会概要集I、pp.497~498