# 交通量分布・分担・配分統合モデルに関する研究

名古屋大学　工学部　正員　河上　省吾　学生員　○佐々木　宏

## 1. はじめに

本研究では、従来のエントロピー最大化とコスト最小化の結合モデルが、同時生起確率最大の交通ネットワーク均衡問題として導かれ、最も起こりやすいパターンを表現している事を示し、またこの方法による分布・分担・配分統合モデルを定式化する。河上・住田による分布・分担・配分過程を結合した交通量予測モデルのアルゴリズムは本モデルの近似解法となっており、本研究の定式化は、河上・住田のモデルの理論的根拠の1つとなる。また、先に著者らは河上・住田のモデルの現況再現性と時間移転可能性とを検討したが、その成果を受けて同モデルの改良案を示す。

## 2. 同時生起確率最大による交通ネットワーク均衡モデル

OD交通量を固定とした時の径路交通量の同時生起確率は、式(1)で与えられる。

$$W=\prod_{ij}\left(\frac{X_{ij}!}{\prod_{r}(x_{ijr}!)}\prod_{r}(p_{ijr})^{x_{ijr}}\right) \quad \text{------ (1)}$$

$$p_{ijr}=w_{ij}\exp(-c\,t_{ijr}) \quad \text{-------- (2)}$$

$$t_{ijr}=\sum_{\ell}\delta_{ijr}^{\ell}\,c_{\ell}\left(\sum_{ijr}\delta_{ijr}^{\ell}x_{ijr}\right) \quad \text{------ (3)}$$

ここに、$X_{ij}$；ODペア $i\,j$ のOD交通量

$x_{ijr}$；$X_{ij}$のうち径路 $r$ を利用する交通量

$p_{ijr}$；$X_{ij}$のうち径路 $r$ を利用する確率

$\delta_{ijr}^{\ell}$；リンク・ルートインシデンス行列

$c_{\ell}(\cdot)$；リンク $\ell$ の平均費用関数

式(1)に式(2),(3)を代入し、両辺の対数をとることにより次式を得る。

$$\min F=\sum_{ijr}\left(x_{ijr}\ln x_{ijr}+c\cdot x_{ijr}t_{ijr}\right) \quad \text{--- (4)}$$

制約条件；
$$\sum_{r}x_{ijr}=X_{ij} \quad \text{------ (5)}$$
$$x_{ijr}\geq 0 \quad \text{------ (6)}$$

これをラグランジェの未定乗数法により解くと次式を得る。

$$x_{ijr}=\frac{\exp\left[-c\cdot\sum_{\ell}\delta_{ijr}^{\ell}c_{\ell}\left(\sum_{ijr}\delta_{ijr}^{\ell}x_{ijr}\right)-x_{ijr}\cdot c\cdot\sum_{\ell}\delta_{ijr}^{\ell}c_{\ell}'\left(\sum_{ijr}\delta_{ijr}^{\ell}x_{ijr}\right)\right]}{\sum_{r}\left[\exp\left(-c\cdot\sum_{\ell}\delta_{ijr}^{\ell}c_{\ell}\left(\sum_{ijr}\delta_{ijr}^{\ell}x_{ijr}\right)-x_{ijr}\cdot c\cdot\sum_{\ell}\delta_{ijr}^{\ell}c_{\ell}'\left(\sum_{ijr}\delta_{ijr}^{\ell}x_{ijr}\right)\right)\right]}\cdot X_{ij} \quad \cdots(7)$$

$c_{\ell}'(\cdot)$；$c_{\ell}(\cdot)$ の1次導関数

ここで、$c_{\ell}(\cdot)$はリンク $\ell$ の平均費用関数であるから式(7)の指数関数の引数は限界費用を表現している。式(4)の形よりこの問題はエントロピー最大とシステム最適の中間の状態を表現していると考えられる。この結果より、Wilson及び佐佐木のエントロピーモデルは、flow-dependentの時、通常の平均交通費用の概念のもとでは、エントロピー最大とシステム最適の中間の状態を表現するものであることがわかる。一方、式(3)でリンク $\ell$ の平均費用関数を宮城の定義する私的交通費用の平均値（式(8)）と置くと、

$$t_{ijr}=\sum_{\ell}\delta_{ijr}^{\ell}\cdot\frac{1}{f_{\ell}}\int_{0}^{f_{\ell}}c_{\ell}(f)\,df \quad \text{----- (8)}$$

ここに、$f_{\ell}$；リンクフロー

式(4)、(7)はそれぞれ次の様になる。

$$\min F=\sum_{ijr}x_{ijr}\ln x_{ijr}+c\cdot\sum_{\ell}\int_{0}^{f_{\ell}}c_{\ell}(f)\,df \quad \cdots\cdot(9)$$

$$x_{ijr}=\frac{\exp\left[-c\cdot\sum_{\ell}\delta_{ijr}^{\ell}c_{\ell}\left(\sum_{ijr}\delta_{ijr}^{\ell}x_{ijr}\right)\right]}{\sum_{r}\exp\left[-c\cdot\sum_{\ell}\delta_{ijr}^{\ell}c_{\ell}\left(\sum_{ijr}\delta_{ijr}^{\ell}x_{ijr}\right)\right]}\cdot X_{ij} \quad \cdots(10)$$

ここで、$c_{\ell}(\cdot)$はリンク $\ell$ の平均費用関数であるから、式(9)の形よりこの問題はエントロピー最大とユーザー最適の中間の状態を表現していると言える。

従来、式(8)、(9)の目的関数は、①コスト制約のもとでのエントロピー最大化, ②エントロピー制約のもとでのコスト最小化, ③コスト最小化とエントロピー最大化の結合、の3種類の考え方によって示されてきたが、本研究のアプローチにより上記の目的関数はコスト最小化とエントロピー最大化の中間を表現するものであり、同時生起確率最大、即ち最も起こりやすいパターンを表現するものであることがわかる。

また、式(9)はFiskの確率配分モデルと等価な宮城のモデルに一致し、宮城はこのモデルが効用最大化理論から導き得ることを示している。

## 3. 同時生起確率最大による交通量分布・分担配分結合モデル

OD交通量$X_{ij}$と手段別OD交通量$X_{ijm}$の生起確率が互いに独立であるとした時の、手段別OD交通量の同時生起確率は式(11)で与えられる。

$$W = \frac{X!}{\prod_{ij}(X_{ij}!)}\prod_{ij}(p_{ij})^{X_{ij}} \cdot \frac{X!}{\prod_{ijm}(X_{ijm}!)}\prod_{ijm}(p_{ijm})^{X_{ijm}} \quad \text{------(11)}$$

$$p_{ij} = k K_{ij} G_i^{\alpha} A_j^{\beta} \exp(-\gamma t_{ij}) \quad \text{------(12)}$$

$$p_{ijm} = w_{ij} \exp(-a t_{ijm}) \quad \text{------(13)}$$

なお、リンク$\ell$の費用関数は式(8)を用いる。

式(11)を制約条件式(6), (14)〜(17)のもとで最大化問題として解くと式(18)を得る。

制約条件；

$$\sum_j\sum_m\sum_r x_{ijmr} = G_i \quad \text{------(14)}$$

$$\sum_i\sum_m\sum_r x_{ijmr} = A_j \quad \text{------(15)}$$

$$\sum_m\sum_r x_{ijmr} = X_{ij} \quad \text{------(16)}$$

$$\sum_r x_{ijmr} = X_{ijm} \quad \text{------(17)}$$

$$\sum_r x_{ijmr} = G_i \cdot \frac{\beta_j\sqrt{K_{ij}w_{ij}}\exp(-\xi\tilde{C}_{ij})}{\sum_j\left[\beta_j\sqrt{K_{ij}w_{ij}}\exp(-\xi\tilde{C}_{ij})\right]} \cdot \frac{\exp(-\xi C_{ijmr})}{\sum_m \exp(-\xi C_{ijmr})} \quad \text{---(18)}$$

ここに、$C_{ijmr} = \sum_\ell \delta_{ijmr}^{\ell} C_\ell\left(\sum_{ijmr}\delta_{ijmr}^{\ell} x_{ijmr}\right)$ ------ (19)

$$\exp(-\xi\tilde{C}_{ij}) = \sum_m \exp(-\xi C_{ijmr}) \quad \text{------(20)}$$

なお、$\beta_j$は式(15)を満足するように決めればよい。

## 4. 河上・住田の結合モデルの改良

### 4. 1 所要時間の補正

従来の河上・住田のモデルの分布・分担両過程では、観測データによる所要時間($t^D$)を用いて決定したパラメータを用いる一方、モデルの中で用いる交通量の説明変数としては、対象地域で設定したネットワークにOD交通量を分割配分した時に得られる所要時間($t^N$)を用いている。そこで本研究では、著者らの提案した所要時間の補正式を結合モデルに組み込み、パラメータと説明変数との整合をとりつつ、モデルの予測精度を向上させる事を試みる。（図1）

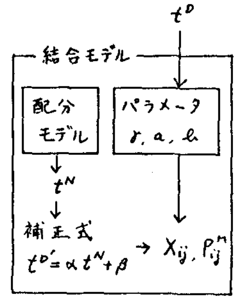


図1 所要時間の補正

### 4. 2 交通手段分担過程の改良

著者らは、先に河上・住田のモデルの交通手段分担過程の予測精度が悪いという結論を得た。

本研究では、車の保有率を用いて利用者をChoice層とCaptive層に分け、分担率を求めることを考える。すなわち、

$$P_{ij}^{Mp} = (1-\alpha^P g_i) + \alpha^P g_i \cdot \frac{1}{1+\exp\{a^P(t_{ij}^M - t_{ij}^C) + b^P\}} \quad \text{----(21)}$$

ここに、$P_{ij}^{Mp}$；交通目的P、ゾーンペアijのマストラの選択比率

$t_{ij}^M$, $t_{ij}^C$；ゾーンペアij間のマストラ及び自動車による所要時間

$g_i$；発ゾーンiの車の保有率

$a^P$, $b^P$；パラメータ

$\alpha^P$は、車を保有していてもそれを交通に用いる比率は、交通目的によって異なると考えられるためgiにかけられる係数である。

なお、これらの計算結果については、講演会当日に発表する予定である。

参考文献　河上省吾・住田公資，分布・分担・配分過程を結合した交通量予測モデル，土木学会論文報告集，第306号（1981.2），pp. 45〜58