IV—48

所要時間の変動を考慮した日交通量の均衡配分法

名古屋工業大学　正員　溝上　章志
名古屋工業大学　正員　松井　　寛

1．はじめに

本研究の目的は、リンク所要時間を日平均所要時間にリンク特有の交通量変動パターンによる誤差と配分交通量に依存する走行可能性による誤差を伴う確率変数と仮定した場合の日交通量の均衡配分手法を開発することにある。

2．モデルの定式化

日交通量を均衡配分する際の時間帯に依存した所要時間変動を考慮するために、本研究ではリンクaの単位距離当たりの所要時間 $T_a=\{T_{at}\}$ は任意の時間帯にサンプルとして抽出された確率変数と仮定し、以下の式で定義できるとする。

$$T_{at}=t_a+\beta_a+\varepsilon_{at} \qquad t=1,2,\cdots,N \quad (1)$$

ここで t_aはリンクaの日平均所要時間である。β_a はリンクaの日平均所要時間に依存して変動する誤差項で MVN $[(0,0),\Sigma_{\beta}^{link}(t)]$ に従うとする。短時間の交通量を配分する場合にも β_a の分散共分散行列はゼロ行列とはならず、リンクに配分された交通量の大きさに依存して変わる。一方、ε_{at}はリンクaに特有な交通量の時間変動パターンによる所要時間の誤差項で、MVN $[(0,0),\Sigma_{\varepsilon}^{link}]$ に従うとする。また短時間の交通量を配分する場合にはその変動は平均値が (0,0)、分散共分散行列は $\Sigma_{\varepsilon}^{link}=0$ となる。

以下では説明を簡単にするために単位距離のリンクで構成されるネットワークを想定する。いま、rsODペア間の利用可能経路集合K_{rs}とそれらの構成リンクの関係を示す incident matrix を Δ_{rs}とすると、各利用可能経路のε_{at}による分散共分散行列 $\Sigma_{\varepsilon\, rs}^{route}$ 、β_a による分散共分散行列 $\Sigma_{\beta\, rs}^{route}(t)$ は、

$$\Sigma_{\varepsilon\, rs}^{route} = \Delta_{rs}^{T}\Sigma_{\varepsilon}^{link}\Delta_{rs} \quad (2)$$

$$\Sigma_{\beta\, rs}^{route}(t)= \Delta_{rs}^{T}\Sigma_{\beta}^{link}(t)\Delta_{rs} \quad (3)$$

となる。したがって利用可能経路の所要時間T_k^{rs}は、日平均所要時間ベクトルが、

$$t_{rs}^{route}=t\,\Delta_{rs}=\{t_1^{rs},\cdots,t_k^{rs},\cdots,t_K^{rs}\} \quad (4)$$

で、分散共分散行列が

$$\Sigma_{rs}^{route}=\Sigma_{\varepsilon\, rs}^{route}+\Sigma_{\beta\, rs}^{route}(t) \quad (5)$$

である多次元正規分布に従って分布することになる。

次に考慮すべきことは確率的に出現すると仮定したリンク所要時間のリンク相互の相関性である。実際の交通現象では、所要時間にはリンク相互に一定の相関が生じている。T_k^{rs}の標準偏差を$\sigma(t_a)$ とすると、リンクaとa'の所要時間の相関係数$\rho_{aa'}$が実測から決定できれば、このリンク相互の所要時間の相関性は、T_{at}の共分散項

$$\mathrm{cov}[T_{at},T_{a't}]=\rho_{aa'}\cdot\sigma(t_a)\cdot\sigma(t_{a'}) \quad (6)$$

で式(5)に導入することができる。一般に$\Sigma_{\beta}^{link}(t)$の分散項$\sigma_{\beta}^2(t_a)$は所要時間 t_a に関して単調減少関数であることが従来の研究より明らかにされている。このことは$\rho_{aa'}$が配分交通量の大きさに依存せず一定である場合には以下の現実の経路選択現象を説明できる。

もし、任意のODペア間において利用可能経路で日交通量が多いためにリンクの日平均所要時間 t_a が大きい場合には、$\sigma^2(t_a)$の単調減少性により式(6)で表される所要時間の共分散項も小さくなり、利用可能経路相互の独立性が高くなる。するとそのOD間交通量は終日、最短所要時間経路を選択するようになり確定的利用者均衡解に近づく。これは混雑時には利用可能経路が限定され、人は最短経路選択を行う傾向にあるという現象を説明している。逆に、日交通量が少ない場合にはOD交通量は最短経路という限定された経路だけに流れるのでなく、利用可能な経路に平均的に流れるという経路選択現象もこの理論によって説明できる。

3．日交通量の確率均衡配分法

rsOD間の各利用可能経路において、サンプルとして抽出された第k番目経路所要時間T_k^{rs}の平均ベクトルt_{rs}^{route}とその分散共分散行列Σ_{rs}^{route}が式(4)，(5)で与えられたとき、経路選択は集計型の確率効用最大化

規範によって行われると考えるのが一般的であろう。このときの第k経路の経路選択確率P_k^{rs}は次式のような多項プロビットモデルで与えられる。

$$P_k^{rs} = \mathrm{Prob}[U_k^{rs} > U_{k'}^{rs}; \forall k = k' \mid V_{rs}, \Sigma_{rs}]$$

$$= \int_{u_1^{rs} < u_k^{rs}} \cdots \int_{u_k^{rs}=-\infty}^{u_k^{rs}=+\infty} \cdots \int_{u_K^{rs} < u_k^{rs}} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^k |\Sigma_{rs}|}}$$

$$\cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}(u_{rs}-V_{rs})\Sigma_{rs}^{-1}(u_{rs}-V_{rs})^T\right\} du_{rs} \quad (7)$$

ここで $u_{rs} \sim MVN\ (V_{rs}, \Sigma_{rs})$ (8)

$$V_{rs} = \theta\, t_{rs}^{route} = (u_1^{rs}, \cdots, u_k^{rs}, \cdots, u_K^{rs}) \quad (9)$$

$$\Sigma_{rs} = \theta^2 \Sigma_{rs}^{route}(t) \quad (10)$$

θは所要時間を効用関数に変換する係数パラメータである。このときrsOD間第k番目経路交通量f_k^{rs}、またはaリンク交通量x_aが均衡するための条件は、

$$f_k^{rs*} = q_{rs} P_k^{rs*} \qquad \forall k, r, s \quad (11)$$

$$x_a^* = \sum_{rs} \sum_k \delta_{ak}^{rs} f_k^{rs*} \qquad \forall a \quad (12)$$

が満足される場合である。ここで＊は均衡値を示す。式(7)〜(12)を満足する日交通量の確率均衡交通量を求める問題は以下のような数理最適化問題で定式化できる。

$$\min_x Z(x) = -\sum_{rs} q_{rs} E[\min_k \{\theta T_k^{rs}\} \mid \theta t_{rs}^{route}(x)]$$

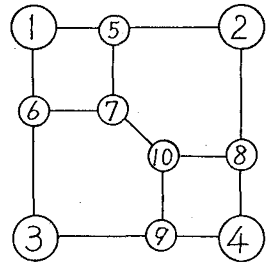
$$+\sum_a x_a t_a(x_a) - \sum_a \int_0^{x_a} t_a(w)\, dw \quad (13)$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{cases} q_{rs} = \sum_k f_k^{rs} & \forall r, s \\ x_a = \sum_{rs} \sum_k \delta_{ak}^{rs} f_k^{rs} & \forall a \\ f_k^{rs} \geqq 0 & \forall k, r, s \end{cases}$$

4．数値計算例

総トリップ数、$\sigma_\beta^2(t)$の関数形に対する感度分析により、従来の確定的均衡配分法から得られるリンク交通量推定結果と本モデルにより推定されるリンク交通量との差異を分析する。

ここでは簡単のため誤差項β_aだけに対してリンク相互の相関を考慮し、ε_{at}に対してはリンク相互に独立であると仮定する。誤差項β_aによるリンクaの単位距離当り所要時間の標準偏差$\sigma_\beta^o(t_a^o)$は、単調減少関数



図−1　モデルネットワーク

表−1　基準OD表

	1	2	3	4
1	−	−	−	40000
2	−	−	30000	−
3	−	30000	−	−
4	40000	−	−	−

$$\sigma_\beta^o(t_a^o) = A \cdot \exp[B\ \{t_a^o - t_a^o(0)\}] \quad (14)$$

で与えた。ここで$t_a^o(0)$はリンクaのゼロフロー時の単位距離当り所要時間、t_a^oはリンクaの単位距離当りの所要時間である。各リンクの所要時間の平均値とその分散共分散行列の各要素の値は、t_a^o, $\sigma_\beta^o(t_a^o)$にリンク長L_aをかけあわせたものとなる。また所要時間のリンク相互の相関係数$\rho_{aa'}$は1.0、θは-1.0、Bは-0.1と仮定した。配分対象とするモデルネットワークを図−1に、基準OD表を表−1に示す。リンクコスト関数には修正BPR関数を用いた。なお、計算上の操作性が高いことから確率均衡配分手法として通常よく用いられるDial法により経路選択確率を求める方法との比較も行っている。

パラメータAを 0.1, 0.5, 1.0、総トリップ数を基準OD表の1.5, 0.8倍にした場合の各手法による配分結果と確定的均衡フローとの差異を確定的均衡フローとの比の変動係数で表わし、それを表2と図2に示す。これらから明らかなように総トリップ数の感度が卓越しており、Aに対する感度は低い。また、Probit法と比較してDial法では全ケースで確定的均衡配分による配分結果との差がかなり大きく、総トリップ数を基準ODより多くしても変動係数に明確な減少傾向が見られない。一方、本モデルの場合は総トリップ数が基準ODから増加するのに従って変動係数が 0.074から 0.034へ順次減少しており、交通混雑の程度によって一日の経路選択が変動し、混雑が大きいほど最小時間経路選択がなされる現象をよく再現している。

表−2　総トリップ数に関する感度分析結果

	2.0	1.5	1.0	0.8
Probit法	0.0344	0.0377	0.0741	0.1384
Dial法	0.0700	0.0463	0.0976	0.1742

Sheffi Y. and Powell W.(1981) A Comparison of Stochastic and Deterministic Traffic Assignment over Congested Networks,Transpn Res-B,Vol.15B,pp.53-64.
Daganzo C. and Sheffi Y.(1977) On Stochastic Models of Traffic Assignment, Transpn Sci,Vol.11,No.3,pp.253-274.