IV—26

ランダム付け値モデルに基ずく居住地選択モデルに関する基礎的研究

岐阜大学 正会員 加藤 晃
岐阜大学大学院 学生員 中嶋 良樹
岐阜大学大学院 学生員 ○坪内 恭史

1．はじめに

都市の土地利用における世帯の立地に於て、世帯は、住宅購入の際、種々の指標により構成される立地点の魅力度を考慮して、立地場所、面積等を決定する。この種々の指標の中で地価の占める比重は大きい。そこで、本研究では、地価の面からみた居住地選択モデルの定式化を試みる。

Herbert-Stevensモデル[1]に代表されるように、これまでに提案されてきた地価に基ずく住宅立地モデルは決定論的なモデルであった。しかし、現実の立地パターンは、確率的要素を含んでいるといえる。そこで、本研究では、世帯のつける付け値を確率変数として扱うランダム付け値モデルを用いて、より現実に近い立地パターンを求めることの出来る居住地選択モデルを構築することを目的とする。

2．Herbert-Stevensモデル

Herbert-Stevensモデルは、均衡状態の最適土地利用パターンをLP解として求めようとするモデルであり、経済理論に基ずいて土地市場を規範的に記述しようとしたものである。このモデルは、次のような最適化問題として表現される。

$$\mathrm{MAX} \sum_i \sum_t \Phi_{it} y_{it} \tag{1}$$

$$\mathrm{s.t} \sum_t y_{it} \leqq H_i \ , \ \sum_i y_{it} = N_t \ , \ y_{it} \geqq 0 \tag{2}$$

ここで、

Φ_{it} ：世帯タイプtの世帯が地区iに示す付け値地価

y_{it} ：地区iに立地するタイプtの世帯数

H_i ：各地区の住宅利用可能世帯数

N_t ：タイプtの住宅需要世帯数

3．世帯の居住地選択モデルの誘導

土地市場が立地均衡状態にあるとき、土地供給者は世帯が立地した結果得られる総付け値地価を最大にするように土地を供給する。前節に示したHerbert-Stevens モデルもこの様な考えに基ずいたものといえる。この際、Herbert-Stevens モデルは、世帯の付け値を確定項のみによって表しているため、このモデルにより得られる立地パターンは少数の特定の地区に集中したものとなる。しかし、現実の立地パターンは、個人の最適化行動のバラつきや、情報の不完全性などを伴うため、拡散したパターンを示すと考えられる。そこで、ここでは、Ellicksonにより提案されたランダム付け値モデル[2]を用いて、付け値を確率変数として扱い、最大の付け値地価が、どの様な立地パターンのときに得られるかを分析する。それにより、世帯の居住地選択行動の定式化を試みる。

いま、タイプtの世帯が地区iに対してつける付け値地価を次のような確率変数として定義する。

$$\tilde{\Phi}_{it}(U_t) = \Psi_{it}(Z_i) + \tilde{\varepsilon}_t \tag{3}$$

ここで、

$\Psi_{it}(Z_i)$ ：世帯タイプtの付け値関数

Z_i ：地区iの地区特性ベクトル

ε_t ：誤差項

このとき、誤差項ε_tに同一で独立なGunbel分布を仮定すると、地区iがタイプtの世帯に占有される確率は、

$$P(t \mid Z) = \mathrm{Prob}\{\Psi_{it}(Z_i) + \varepsilon_t \geqq \Psi_{it'}(Z_i) + \varepsilon_{t'},$$

$$t' \neq t, t, t' \in T\}$$

$$= \frac{\mathrm{EXP}\{\omega \Psi_{it}(Z_i)\}}{\sum_{t \in T} \mathrm{EXP}\{\omega \Psi_{it}(Z_i)\}} \tag{4}$$

と表される。ここで、ωはパラメータである。さらに地区i に対してつけられる最大の付け値の期待値は次式で与えられる。

$$E(\mathrm{MAX}\,\Phi_{it}) = \frac{1}{\omega} \ln \sum_{t \in T} \mathrm{EXP}\{\omega \Psi_{it}(Z_i)\} \tag{5}$$

従って、土地供給者が得られる総付け値地価の期待値$\mathrm{TBP}(\Psi_{it})$は

$$\mathrm{TBP}(\Psi_{it}) = \frac{1}{\omega} \sum_i H_i \ln \sum_{t \in T} \mathrm{EXP}\{\omega \Psi_{it}(Z_i)\} \tag{6}$$

となる。ここで、H_iは地区i に立地する世帯数である。

$TBP(\Psi_{it})$ がどの様な立地パターンにより得られるかを考察するために、$TBP(\Psi_{it})$ に共役性理論を適用する。共役性理論とは、ある凸関数を別の方法で表現しようとする概念を示すものであり、凸関数 $f(x)$ の共役関数 $F^*(x^*)$ は次式で定義される。

$$F^*(x^*) = \mathrm{MAX}\{xx^* - f(x)\} \tag{7}$$

ここで、＊は共役関数であることを表す。また、共役性理論は、共役関数の共役関数をとると、元の関数となるという性質を持つ。即ち、

$$\{F^*(x^*)\}^* = f(x) \tag{8}$$

となる。なお、簡単化のためこれより $\Psi_{it} = \Psi_{it}(Z_i)$ と表す。共役関数の定義より、$TBP(\Psi_{it})$ の共役関数 $TBP^*(\Psi^*_{it})$ は、

$$TBP^*(\Psi^*_{it}) = \underset{\Psi_{it}}{\mathrm{MAX}}\{\sum_i\sum_t \Psi_{it}\Psi^*_{it} - TBP(\Psi_{it})\} \tag{9}$$

となる。ここで、一階の最適条件より、

$$\Psi^*_{it} - H_i \frac{\mathrm{EXP}\{\omega\Psi_{it}(Z_i)\}}{\sum_t \mathrm{EXP}\{\omega\Psi_{it}(Z_i)\}} = 0 \tag{10}$$

が得られる。(10)式より、

$$\Psi^*_{it} = H_i \frac{\mathrm{EXP}\{\omega\Psi_{it}(Z_i)\}}{\sum_t \mathrm{EXP}\{\omega\Psi_{it}(Z_i)\}} = y_{it} \tag{11}$$

$$\sum_t \Psi^*_{it} = H_i \tag{12}$$

となる。(11),(12)式を考慮すると(9)式は次式となる。

$$TBP^*(\Psi^*_{it}) = \frac{1}{\omega}\sum_i\sum_t y_{it}\ \ln y_{it} + K \tag{13}$$

ここで、$-\frac{1}{\omega}\sum_i H_i \ln H_i = K$（$K$＝一定）とおく。

次に、$TBP^*(\Psi^*_{it})$ の共役関数を考える。

$$\{TBP^*(\Psi^*_{it})\}^* = TBP(\Psi_{it})$$

$$= \underset{y_{it}}{\mathrm{MAX}}\ \{\sum_i\sum_t y_{it}\Psi_{it} - TBP^*(\Psi^*_{it})\} \tag{14}$$

$$\mathrm{s.t}\ \sum_t y_{it} = H_i \tag{15}$$

さらに、$\sum_i y_{it} = N_i$ を考慮にいれると、$TBP(\Psi_{it})$ は次の様な最適化問題の最適値として与えられる。

〔GBM〕

$$TBP(\Psi_{it}) = \underset{y_{it}}{\mathrm{MAX}}\{\sum_i\sum_t y_{it}\Psi_{it} - \frac{1}{\omega}\sum_i\sum_t y_{it}\ \ln y_{it}\}$$

$$\mathrm{s.t}\ \sum_t y_{it} = H_i\ ,\ \sum_i y_{it} = N_i\ ,\ y_{it} \geqq 0$$

この様に、$TBP(\Psi_{it})$ は、確定項と確率的要素を含むエントロピー項の和の最大値として与えられ、その最大値を与える立地パターンを求めれば良いことが示せる。即ち、立地均衡状態における、世帯の居住地選択行動が定式化されたことになる。そして、ω は誤差項 ε_{it} に仮定したGumbel分布の分散を与えるパラメータであり、ω を操作することにより、より現実に近い立地パターンを求めることが可能となると考えられる。

これは、従来のエントロピー最大化モデルと基本的に等価である。〔GBM〕の様なエントロピー最大化モデルによって確率的な立地パターンが得られることは、柏谷らによっても示されている[3]。しかし、その理論的根拠は必ずしも明白に示されてないし、パラメータ ω もLagrange乗数としての役割を持つのみである。これに対し、〔GBM〕は、ランダム付け値モデルに基ずき構築されており、理論的に裏ずけがしっかりしたモデルである。

4. まとめ

Herbert-Stevensモデルは決定論的なモデルであった。これに対し、本研究では、ランダム付け値モデルを用い、付け値を確率変数として扱うことにより、確率的な世帯の立地パターンを発生する居住地選択モデルの構築を行った。即ち、モデルに含まれる分散に関するパラメータ ω を操作することにより、より現実に近い立地パターンが得られることが期待される。

最後に、今後の課題として、パラメータ ω に対する推定方法、及び、付け値関数 $\Psi_{it}(Z_i)$ の推定方法を検討する必要がある。そして、それにより、モデルを実際の地域に適用し、その結果を考察して、モデルの妥当性の検証を行う必要がある。

参考文献

1) Herbert, D. J. and Stevens, H. B. : A Model for the Distribution of Residential Activity in Urvan Areas. Journal of Regional Science, 2(2)(1960)

2) Bryan Ellickson : An Alternative Test of the Hedonic Theory of Housing Markets. Journal of Urban Economics9. 56～79(1981)

3) 柏谷増男. 住宅立地モデルと均衡配分理論. 土木計画学研究講演集NO. 8, 1986. 1月