多層井戸による現場揚水試験の解析

岐阜大学工学部　佐藤　健
〃　○森内祥悟

1　まえがき　　多層取水井戸による現場揚水試験結果を解析する機会に恵まれたので、こうした場合の透水量係数推定の方法について検討してみた。

2　解析方法　　〔a.非定常理論〕　i番目帯水層から$Q_i(t)$の揚水を行うと、i番目帯水層の水頭低下量S_iは　$S_i=\int_0^t Q_i(\omega)\mathcal{L}_i(t-\omega)d\omega$ —(1)　$\mathcal{L}_i(t)=\dfrac{\exp\left(-\dfrac{S_i r^2}{4T_i t}\right)}{4\pi T_i t}$　で近似されることが示されている。[1] いま、時間tをn個に分割して、n段階目での水頭低下量$S_i(r,n)$を求めてみると

$$S_i(r,n)=\sum_{j=1}^{n}\Delta_{j,i}(n-j+1)Q_i(j)\ \text{—(2)}\quad \Delta_{j,i}(m)=\int_0^1\mathcal{L}_i(m-\omega)d\omega=\frac{1}{4\pi T_i}\left\{E_1\left(\frac{S_i r^2}{4T_i m}\right)-E_1\left(\frac{S_i r^2}{4T_i(m-1)}\right)\right\}$$

$E_1(x)=\int_x^\infty \dfrac{e^{-u}}{u}du$　となる。図－１の２層帯水層の場合を例に説明する。帯水層１での水頭低下量は　$S_{1w}(n)=\sum_{j=1}^{n}Q_1(j)\Delta_{j,w1}(n-j+1)$　となる。添字wは揚水井戸半径の位置を示している。tが十分経過した準定常状態では

$$\Delta_{j,w1}(m)=\frac{1}{4\pi T_1(H_{10}-\tilde{H})}\ln\frac{1}{m-1}$$

となる。$m \neq 1$を考えれば

$$S_{1w}(n)=\sum_{j=1}^{n-1}Q_1(j)\left\{\frac{1}{4\pi T_1(H_{10}-\tilde{H})}\ln\frac{n-j+1}{n-j}\right\}\text{——(3)}$$

同様に

$$S_{2w}(n)=\sum_{j=1}^{n-1}Q_2(j)\left\{\frac{1}{4\pi T_2(H_{20}-\tilde{H})}\ln\frac{n-j+1}{n-j}\right\}\text{—(4)}$$

(3)，(4)式より

$$\frac{1}{T_1(H_{10}-\tilde{H})}\sum_{j=1}^{n-1}Q_1(j)\ln\frac{n-j+1}{n-j}-\frac{1}{T_2(H_{20}-\tilde{H})}\sum_{j=1}^{n-1}Q_2(j)\ln\frac{n-j+1}{n-j}=4\pi(H_{10}-H_{20})\text{—(5)}$$

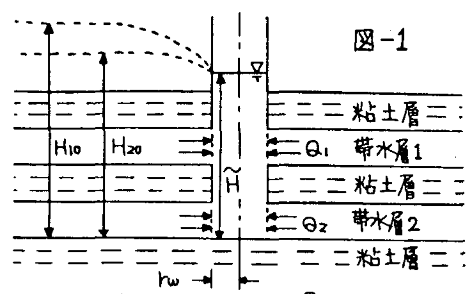

図-1

Q_1, Q_2：帯水層1,2からの揚水量
H_{10}, H_{20}：帯水層1,2の初期静水位
T_1, T_2：帯水層1,2の透水量係数
$\tilde{H}$：井戸の水位
r_w：井戸の半径

が得られる。準定常期間中に異った時刻に帯水層数以上の回数だけQ_iを測定すれば(5)式のような連立方程式が得られる。それを解くことにより、各帯水層の透水量係数が推定される。

〔b.定常理論〕　Thiemの井戸公式によれば、i番目帯水層からの揚水量Q_iは
$Q_i=\{2\pi T_i(H_{i0}-\tilde{H})/\ln(R_i/r_w)\}$—(6)となる。$i$番目帯水層の揚水分担率は$Q_i/Q_T=T_i(H_{i0}-\tilde{H})/\sum_{i=1}^{n}T_i(H_{i0}-\tilde{H})$—(7)
ここで$Q_T=\sum_{i=1}^{n}Q_i$　である。揚水開始前の静水状態では$\sum_{i=1}^{n}Q_i=\sum_{i=1}^{n}2\pi T_i(H_{i0}-\tilde{H})/\ln(R_i/r_w)=0$ ——(8)となる。(7)，(8)式の連立方程式を解けば、各帯水層の透水量係数T_iを推定できる。

3　適用例　　いずれの方法も、各帯水層から揚水井戸に流入する流量Q_iを測定しておく必要がある。今回は、微流速計を利用してQ_iを測定した。測定は揚水開始後、十分時間の経過した時点に一回行った。したがって、定常理論により解析してみた。4種の異なる揚水量のもとで、各帯水層からの流入流量を微流速計により計測した。その結果を表－１に示した。表－１中の水位低下量とは、揚水開始前の静水状態における井戸中の合成静水位を基準にした値である。微流速計による測定結果より

各帯水層の初期静水位は、揚水井戸の合成静水位より、それぞれ0.1 m(A帯水層)，0.45 m(B帯水層)高い位置にあることもわかっている。(7)式にもとづいてT_AとT_Bに関する方程式が次のように得られた。

$$198.75\ T_A - 143\ T_B = 0 \quad (9a)$$
$$726\ T_A - 730\ T_B = 0 \quad (9b)$$
$$1952.5\ T_A - 1550\ T_B = 0 \quad (9c)$$
$$3825\ T_A - 3220\ T_B = 0 \quad (9d)$$

表−1

	A帯水層 Q_A [m^3/d]	B帯水層 Q_B [m^3/d]	水位低下量 [m]
NO.1	130	265	0.65
NO.2	365	440	1.55
NO.3	500	710	2.65
NO.4	700	900	4.15

また、静水状態の条件式(8)より

$0.1\ T_A + 0.45\ T_B = 0$ (9e) が得られる。

(9a)~(9e)式を観測方程式と見なし、次のような残差方程式を考える。

$t_A - T_A = v_A$　$t_B - T_B = v_B$　t_A，t_Bが求めるべき透水量係数の最確値、v_A，v_Bが残差である。残差方程式を(9a)に代入すれば $198.75(t_A - v_A) - 143(t_B - v_B) = 0$ となり $198.75t_A - 143t_B = 198.75v_A - 143v_B = W$ —— (10a)が得られる。いま未定乗数λを用いて

$g = \frac{1}{2}(v_A^2 + v_B^2) - \lambda\varphi$ —— (10b)　$\varphi = 198.75v_A - 143v_B - W = 0$ —— (10c)　なる関数を考えれば、この例の問題は残差v_A，v_Bの極値を求めるLagrangeの未定乗数法の問題に帰着できる。

(10b)式を利用して、$\frac{\partial g}{\partial v_A}$と$\frac{\partial g}{\partial v_B}$を計算すれば、$v_A - 198.75\lambda = 0$　$v_B + 143\lambda = 0$ —— (10d)

(10d)と(10c)より λ，v_A，v_Bが計算され、$t_A = T_A + \frac{198.75\ W}{(198.75^2 - 143^2)}$　$t_B = T_B + \frac{143\ W}{(198.75^2 - 143^2)}$ ——(10e)

同様な操作を(9b)，(9c)，(9d)に施せば、(10e)と同じ式がさらに3つ用意される。静水状態での式(9e)に、Lagrangeの未定乗数法より得られた4つのt_A，t_Bに関する式を代入して、そのうちの適当な3つの和をとれば、$0.3t_A + 1.35t_B = 5.473 \times 10^{-3}\ W$ (11a)　(9a)~(9d)の観測方程式の一つに、(11a)を導いたと同じ操作を行えばt_A，t_Bに関する二つの方程式が得られる。(9a)式を用いた場合を示せば $397.5t_A - 286t_B = 0.2011\ W$ —(11b) となる。(11a)と(11b)より　$t_A = 2.93 \times 10^{-3}\ W$，$t_B = 3.37 \times 10^{-3} W$ ——(12)が得られる。(10a)式からもわかるように、観測方程式に全く誤差がなかったら($t_A = T_A$，$t_B = T_B$の場合) $W = 0$となり、透水量係数は推定できなくなるという問題点をこの方法は含んでいるが、Wとして微流速計によって測定された流量($Q_A + Q_B$)と、揚水井戸に取り付けた流量計の読み $\hat{Q}$ との差を考えた。今回の測定は、4種類の異なる流量で揚水試験を行ったが、Wの平均値として 71 (m^3/日) が得られた。この値を(12)式に代入すれば

$t_A = 0.21$ (m^2/日)，　$t_B = 0.24$ (m^2/日) が推定された。

4　あとがき

定常理論の応用例を示したが、提案する方法によって得られる値の妥当性の検討が今後必要と思われる。非定常理論の応用例として、FEMによる数値計算結果を揚水試験結果に見立てた解析を目下進行中である。

5　参考文献

1) Mishra, G.C., Mautiyal, M.D. and Chandra, S : Unsteady flow to a well tapping two aquifers separated by an aquiclude, Journal of Hydrology, vol.82, 1985, pp.357~369。