

主応力方向回転時の粒状体の応力・ひずみ特性

名古屋工業大学 正員 松岡 元, 学生員 榊原 和成
学生員 ○鈴木 康之, 学生員 野添 淳一

すでに、主応力値を固定して主応力方向のみを回転させる「主応力方向回転試験」(モールの応力円周上を回す試験)によって発生するひずみも妥当に評価できる。一般面上のひずみ増分($de_x, de_y, d\gamma_{xy}$)を一般面上の応力増分($d\sigma_x, d\sigma_y, d\tau_{xy}$)と直接結び付けた土の構成式を提案している^{1),2)}。今回は、2次元粒状体モデル($\phi 1.6, 3mm$, 長さ50mmのアルミ丸棒混合物)を試料とし、2次元一般応力試験機を用いて、モールの応力円周上を同じ方向へ複数回回転させた場合と、途中から逆方向へ回転させた場合の主応力方向回転試験を行ない、提案モデルに主応力方向回転時の応力履歴の影響と体積圧縮量の収束性の仮定を新たに導入して解析を試みた。

1. 一般座標表示の土の構成式^{1),2)}

まず、一般面上のせん断・垂直応力比(τ_{xy}/σ_x or τ_{xy}/σ_y)とせん断ひずみ(γ_{xy})の間に双曲線の関係を仮定し、次式を導いている。

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G_0} \cdot \frac{\sin\phi \cdot \sin\phi_{mo} \cdot \sin 2\alpha}{\sin\phi - \sin\phi_{mo}} \quad (1)$$

ここに、 G_0 は双曲線の初期接線勾配、 ϕ は内部摩擦角、 ϕ_{mo} は動員されている内部摩擦角($\sin\phi_{mo} = (\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)$)、 α は主応力方向の回転角である。ここで、 $1/G_0 (=k_s)$ は平均主応力 σ_m の対数に比例して大きくなる性質があるので、式(1)は ϕ_{mo} 、 α 、 σ_m の関数とみることができる。そこで、式(1)を ϕ_{mo} 、 α 、 σ_m に関して全微分をとることによって、①せん断($d\phi_{mo}$)によるせん断ひずみ増分: $d\gamma_{xy}^s$ 、②主応力方向の回転($d\alpha$)によるせん断ひずみ増分: $d\gamma_{xy}^r$ 、③異方圧密($d\sigma_m$)によるせん断ひずみ増分: $d\gamma_{xy}^{ac}$ を誘導した。なお、②の $d\gamma_{xy}^r$ においては、主応力方向と主ひずみ増分方向に角度 δ のズレが生じることを考慮している。以上の $d\gamma_{xy}^s$ 、 $d\gamma_{xy}^r$ 、 $d\gamma_{xy}^{ac}$ に応力比・ひずみ増分比関係(塑性論の直交条件に相当)を組合せることにより、それぞれの垂直ひずみ増分 de_x 、 de_y を求める。最後に、④等方圧密($d\sigma_m$)によるひずみ増分: $de_x^{ic} = de_y^{ic}$ を加える。以上より、 $d\phi_{mo}$ 、 $d\alpha$ 、 $d\sigma_m$ は、いずれも一般応力増分($d\sigma_x, d\sigma_y, d\tau_{xy}$)によって式示されるので、次式のような一般座標表示の土の構成式の定式化が可能となる。

$$\{de_x, de_y, d\gamma_{xy}\}^T = [D]^{-1} \cdot \{d\sigma_x, d\sigma_y, d\tau_{xy}\}^T \quad (2)$$

式(2)はある任意面上の応力が増変すればひずみが発生するという“自然な法則”を表現しているが、塑性論では応力の不変量(主応力値から規定されるパラメーター)によって定式化されているものが多いので、上記の「主応力方向回転試験」によって発生するひずみを評価できない。

2. 複数回主応力方向回転時の粒状体のひずみの評価

上記②の主応力方向の回転によるせん断ひずみ増分 $d\gamma_{xy}^r$ 、垂直ひずみ増分 de_x^r, de_y^r 、体積ひずみ増分 de_v^r は次式のように与えられる。

$$d\gamma_{xy}^r = 2k_s \cdot \frac{\sin\phi \cdot \sin\phi_{mo} \cdot \sin 2(\alpha + \delta)}{\sin\phi - \sin\phi_{mo}} \cdot d\alpha \quad (3)$$

$$\frac{de_x^r}{de_y^r} = \frac{2 \cdot \frac{\mu - \tan\phi_{mo}}{\lambda} \cdot \cos\phi_{mo} + \sin\phi_{mo} \pm \cos 2(\alpha + \delta)}{2 \sin 2(\alpha + \delta)} \cdot d\gamma_{xy}^r \quad (4)$$

$$de_v^r = de_x^r + de_y^r \quad (5)$$

さて、図-1(a)は原点から放射状に表示した粒子接点角の頻度分布が、せん断時には円形分布から縦長の楕円分布に変化することを示している³⁾。主応力方向回転時には、そのような楕円分布が図-1(b)に示すように連続的に回転するものと考えられる。したがって、 $\alpha = 0^\circ$ から

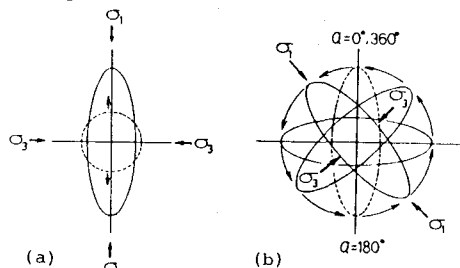


図-1 放射状に表示した粒子接点角の頻度分布の変化特性 (a)せん断時、(b)主応力方向回転時

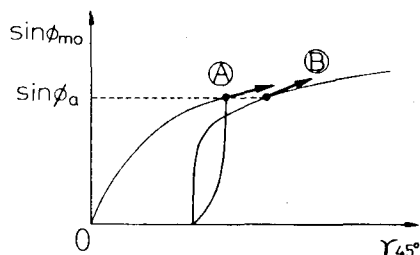


図-2 繰返しせん断時の45°面上のせん断・垂直応力比～せん断ひずみ関係とその接線勾配

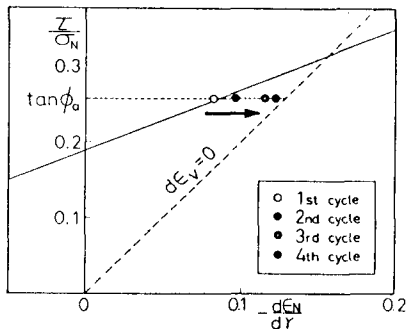


図-3 複数回主応力方向回転時の滑動面上のせん断・垂直応力比～垂直・せん断ひずみ増分比関係

$\alpha=180^\circ$ までは、初めて楕円形の粒子接点角分布を経験する領域を通ることになるが、それ以降ですでに経験した粒子構造変化を繰返すことになると考えられる。そこで、式(3)中のパラメータ k_s が①のせん断によるせん断ひずみ増分 $d\gamma_{xy}^a$ 中のパラメータと同じであることに着目し、図-2に示す繰返しせん断時の応力・ひずみ関係の接線勾配の比(主応力方向回転時の応力比 $\sin\phi_a=0.25$ における)を実測して、経験したことのある粒子構造における k_s の値の低減を試みた。これは、繰返しせん断時の粒子構造の変化と主応力方向回転時の粒子構造の変化の類似性に基づくものである(図-1参照)。

また図-3は、モールの応力円周上を4回、回転させたときの滑動面($(45^\circ + \phi_{mo}/2)$ 面)上の応力比・ひずみ増分比関係を示したものである。図中の破線は体積ひずみ増分がゼロ($de_v=0$)になる線であり、実測値は体積ひずみ増分がゼロに収束していくことを示している。そこで、解析においては、繰返し回数によってひずみ増分比が現在の値と $de_v=0$ のときの値の中間値に順次移って $de_v=0$ に近づくものと仮定した。

3. 主応力方向回転試験および逆転試験の実測値と解析値の比較

図-4(a)~(d)は、2次元粒状体モデルを試料として、モールの応力円周上を4回、同じ方向に回した主応力方向回転試験結果と提案モデルによる解析値を示している。2~4周目のひずみの出方が全体として小さいこと、体積ひずみ e_v の出方が回転回数とともに小さくなることがみられるが、上記の考え方に基づいた解析値はこのような実測値の傾向をよく説明している。

図-5(a), (b)は、同じ試料に対して、それぞれモールの応力円周上を $2\alpha=0^\circ$ から 180° までと、 360° まで同じ方向に回転させた後、逆方向に回転させて $2\alpha=0^\circ$ まで戻した場合の主応力方向回転試験結果と解析値を示している。なお、主応力方向の逆転直後にひずみの発生が少ない領域が認められるので、解析においては、逆転時に 2α で 30° の間はひずみが生じないと仮定した。

以上の解析に用いたパラメータは、 $\phi=24^\circ$, $\delta=30^\circ$, $k_s=0.31\%$ (初めて経験する粒子構造変化を受けるとき), $k_s=0.23\%$ (すでに経験した粒子構造変化を受けるとき: $\sin\phi_a=0.25$), $\lambda=0.8$, $\mu=0.19$ (第1サイクル), $\lambda=1.16$, $\mu=0.13$ (第2サイクル), $\lambda=1.48$, $\mu=0.084$ (第3サイクル), $\lambda=1.71$, $\mu=0.046$ (第4サイクル)(図-3参照)である。

謝辞

口頭援助頂いている本学山内利彦教授、適切な御助言を頂いた中井照夫助教授に感謝致します。

参考文献

- 1) 松岡・岩田・榎原・鈴木(1986): 第21回土質工学研究発表講演集, 133, pp. 341-344.
- 2) H. Matsuoka, Y. Iwata and K. Sakakibara(1986): Proc. of 2nd Int. Conf. on Numerical Models in Geomechanics, Ghent, Belgium, pp. 67-78.
- 3) 松岡・竹田・藤井(1983): 第38回土木学会年次講演概要集, III-14, pp. 27-28.

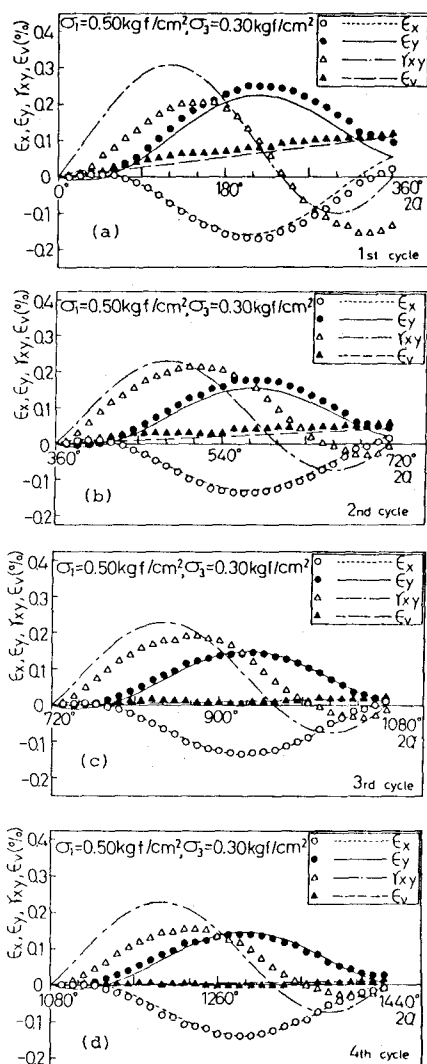


図-4 アルミ丸棒積層体の複数回主応力方向回転試験結果と解析値

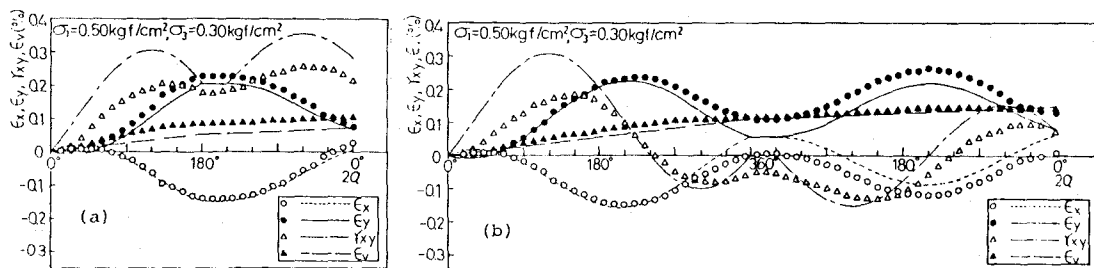


図-5 アルミ丸棒積層体の主応力方向逆転試験結果と解析値 (a) $2\alpha=180^\circ$ で逆転させた場合, (b) $2\alpha=360^\circ$ で逆転させた場合