

圧気型係留浮体の波浪動揺特性

名古屋大学工学部 正会員 岩田 野一朗 ○名古屋大学大学院 学生員 池野 正明
東洋建設株式会社 正会員 奥岡 辰芳 間組技術研究所 正会員 沖 正和

1. 緒言: 本報はカテナリー理論¹⁾を用いたチェーンによる圧気型係留浮体の波浪動揺特性を領域分割法²⁾を使って解析するとともに、その妥当性を水理模型実験で検証しようというものである。

2. 理論解析: 一定水深 h の海域に設置された圧気型係留浮体に同波数 σ の規則波が入射する場合を考える (図-1 参照)。

二次元の波動場を取り扱うものとし、速度ポテンシャル ϕ を $\phi(x, z; t) = \phi(x, z) e^{i\sigma t}$ で与える。静止状態の浮体の重心位置を $G(0, \bar{z}_0)$ とする。ここで、 x と z はそれぞれ水平軸と鉛直軸で t は時間とする。入射波 A_0 ともない、反射波 B_0 と透過波 I_0 が生じるとともに、浮体の重心が (X_0, Z_0) に移動し角度 θ_0 だけ回転するものとする。静止位置からの浮体重心の水平、鉛直および回転運動の複素振幅を α , β , ω とすると、式 (1)~(3) が成立する。また、

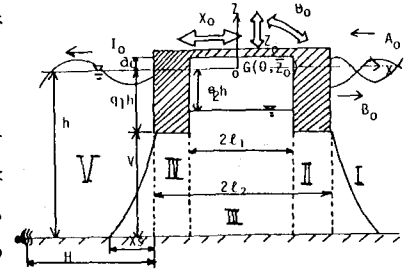


図-1 圧気型係留浮体

波動運動を非圧縮完全流体運動の微小振幅運動、浮体の運動振幅も微小とすると、図-1 に示した流域 I ~ V の速度ポテンシャルは、おのおの式 (4)~(8) で与えられることになる。

$$X_0 = \alpha e^{i\sigma t} \text{---- (1)}, \quad Z_0 = \bar{z}_0 + \beta e^{i\sigma t} \text{---- (2)}, \quad \theta_0 = \omega e^{i\sigma t} \text{---- (3)}$$

$$\phi_1 = \{A_0 e^{ik(x-\bar{z}_0)} + B_0 e^{-ik(x-\bar{z}_0)}\} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} \{B_n e^{-k_n(x-\bar{z}_0)}\} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \text{---- (4)}$$

$$\phi_2 = C_0 x + D_0 + \sum_{s=1}^{\infty} \{C_s \sinh \frac{s\pi x}{(1-q)h} + D_s \cosh \frac{s\pi x}{(1-q)h}\} \cos \frac{s\pi(h+z)}{(1-q)h} \left\{ -\frac{x^2}{2} + \frac{q_1 z^2}{2} - \frac{(q-1)^2 h^2}{6} + \frac{i\sigma \omega x}{(1-q)h} \left\{ \frac{x^2}{6} + \frac{(h+z)^2}{2} - \frac{(1-q)^2 h^2}{6} \right\} \right\} \text{---- (5)}$$

$$\phi_3 = \{E_0 e^{ikx} + F_0 e^{-ikx}\} \frac{\cosh k'(h+z)}{\cosh k'h} + \sum_{m=1}^{\infty} \{E_m e^{k'_m x} + F_m e^{-k'_m x}\} \frac{\cos k'_m(h+z)}{\cos k'_m h} + \frac{P_0}{\rho \sigma} i \text{---- (6)}$$

$$\phi_4 = G_0 x + H_0 + \sum_{s=1}^{\infty} \{G_s \sinh \frac{s\pi x}{(1-q)h} + H_s \cosh \frac{s\pi x}{(1-q)h}\} \cos \frac{s\pi(h+z)}{(1-q)h} \left\{ -\frac{x^2}{2} + \frac{(h+z)^2}{2} - \frac{(1-q)^2 h^2}{6} \right\} + \frac{i\sigma \omega x}{(1-q)h} \left\{ -\frac{x^2}{6} + \frac{(h+z)^2}{2} - \frac{(1-q)^2 h^2}{6} \right\} \text{---- (7)}$$

$$\phi_5 = I_0 e^{ik(x+\bar{z}_0)} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} I_n e^{k_n(x+\bar{z}_0)} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \text{---- (8)}$$

なお、 k と k' は進行波、 k_n と k'_m は減衰定常波の波数であり、 $\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = k \tanh kh = k' \tanh k'(h+z) = k_n \tanh k_n h = -k'_m \tanh k'_m (h-z)$ の関係を満たす。式 (6) の右辺第 5 項 $\left\{ \frac{P_0}{\rho \sigma} i \right\}$ は空気の圧縮性により付加される圧力項である。圧気室内の体積変化を断熱変化とし、 $\bar{p}_0 + P_0 e^{i\sigma t} = \bar{p}_0 (\bar{V}_0 / V_0)^{\gamma}$ ($\bar{p}_0 = \bar{p}_0 + \rho g \bar{z}_0$, $\bar{V}_0 = d_0 + q_1 h$, $\gamma = 1.4$) の関係を使って圧力変化を線型化する。 η を圧気室内の水位変動量とすると、単位幅当りの圧気室内の体積変化と複素振幅 P_0 は次式で表現できる。ここで $\eta_0 = \frac{1}{2\ell_1} \int_{-\ell_1}^{\ell_1} \eta dx$ である。

$$V_0 = \frac{1}{2\ell_1} \int_{-\ell_1}^{\ell_1} (b - \eta) e^{i\sigma t} dx \text{---- (9)}, \quad P_0 = -\gamma \bar{p}_0 (b - \eta_0) / (d_0 + q_1 h) \text{---- (10)}$$

また、流体中の波圧、水平方向の水粒子速度を $P_i = -\rho \sigma \phi_i$, $u_i = \frac{\partial \phi_i}{\partial x}$ ($i=1-5$) として与え、5つの領域の境界 $x = \pm \ell_1$, $\pm \ell_2$ において圧力と流速の連続条件が満たれるとする。すなわち、式 (11)~(18) である。

$$(i) \quad x = \pm \ell_2 \text{ : } P_1(\ell_2, z) = P_2(\ell_2, z) \text{---- (11)}, \quad P_3(-\ell_2, z) = P_4(-\ell_2, z) \text{---- (12)} \quad (-h \leq z \leq -q_1 h)$$

$$U_1(\ell_2, z) = \begin{cases} i\sigma(d - (z - \bar{z}_0)\omega) & (\text{浮体の水平速度}) \\ U_2(\ell_2, z) \end{cases} \text{---- (13)}, \quad U_5(-\ell_2, z) = \begin{cases} i\sigma(d - (z - \bar{z}_0)\omega) & (-q_1 h \leq z \leq 0) \\ U_4(-\ell_2, z) & (-h \leq z \leq -q_1 h) \end{cases} \text{---- (14)}$$

$$(ii) x = \pm l_1 : \quad p_3(l_1, z) = p_2(l_1, z) \dots (15), \quad p_3(-l_1, z) = p_4(-l_1, z) \dots (16) \quad (-h \leq z \leq -q_1 h)$$

$$u_3(l_1, z) = \begin{cases} i\sigma(d - (z - \bar{z}_0)\omega) \\ u_2(l_1, z) \end{cases} \dots (17), \quad u_3(-l_1, z) = \begin{cases} i\sigma(d - (z - \bar{z}_0)\omega) & (-q_1 h \leq z \leq -q_2 h) \\ u_4(-l_1, z) & (-h \leq z \leq -q_1 h) \end{cases} \dots (18)$$

直交関数の性質を利用し、圧力の連続式(11), (12), (15), (16)の両辺に $\cos \frac{s\pi(h+z)}{(q_1 - q_2)h}$ を乗じ ($s=0, 1, 2, \dots$), $-h$ から $-q_1 h$ まで積分し、流速の連続式(13), (14)に $\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}$, $\frac{\cosh k_1(h+z)}{\cosh k_1 h}$ の2通りを乗じて $-h$ から 0 まで積分し、式(17), (18)に $\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}$, $\frac{\cosh k_1(h+z)}{\cosh k_1 h}$ の2通りを乗じて $-h$ から $-q_2 h$ まで積分する。つぎに、浮体の三方向の運動方程式を加えて、これらの連立方程式を解けば、反射波、透過波、係留力、浮体運動の各振幅が決定される。浮体の質量を M 、慣性モーメントを I 、メタセンター長を $\overline{GM}$ 、水平反力を R_H 、鉛直反力を R_V 、反力モーメントを M_R とすれば、浮体の水平、鉛直、回転運動の式はそれぞれ次式で与えられる。なお、上つき・ $\dots$ は時間に関する一回と二回微分を示す。

$$M \ddot{x}_0 = \left[\int_{-q_1 h}^0 \{p_5(-l_1, z) - p_3(l_1, z)\} dz + \int_{-q_1 h}^{-q_2 h} \{p_3(l_1, z) - p_3(-l_1, z)\} dz \right] e^{i\sigma t} + R_H \dots (19)$$

$$M \ddot{z}_0 = \left[\int_{-l_1}^0 p_0 dx + \int_{l_1}^{l_2} p_2(x, -q_1 h) dx + \int_{-l_2}^{-l_1} p_4(x, -q_1 h) dx + \int_{l_1}^{l_2} (-p_3 \theta) dx + \int_{-l_2}^{-l_1} (-p_3 \theta) dx \right] e^{i\sigma t} + R_V \dots (20)$$

$$I \ddot{\theta}_0 = \left[\int_{-q_1 h}^0 \{p_5(-l_1, z) - p_3(l_1, z)\} (z - \bar{z}_0) dz + \int_{-q_1 h}^{-q_2 h} \{p_3(l_1, z) - p_3(-l_1, z)\} (z - \bar{z}_0) dz + \int_{l_1}^{l_2} p_2(x, -q_1 h) x dx + \int_{-l_2}^{-l_1} p_4(x, -q_1 h) x dx - M g \overline{GM} \omega \right] e^{i\sigma t} + M_R \dots (21)$$

$$R_H = -\{K_{dd} \cdot d + K_{dw} \omega\} e^{i\sigma t} \dots (22), \quad R_V = -K_{\theta\theta} \theta e^{i\sigma t} \dots (23), \quad M_R = -\{K_{m\theta} \cdot d + K_{m\omega} \omega\} e^{i\sigma t} \dots (24)$$

ここで、 $K_{dd} = \frac{2g}{\ell_2} C_{HH}$, $K_{dw} = \frac{2g}{\ell_2} \{(q_1 h + \bar{z}_0) C_{HH} + \ell_2 C_{HH}\}$, $K_{\theta\theta} = \frac{2g}{\ell_2} C_{rr}$, $K_{m\theta} = 2g \left\{ \frac{(q_1 h + \bar{z}_0)}{\ell_2} C_{HH} - C_{VH} \right\}$, $K_{m\omega} = 2g \left\{ \frac{(q_1 h + \bar{z}_0)}{\ell_2} C_{HH} - 2(q_1 h + \bar{z}_0) C_{HH} + \ell_2 C_{VH} \right\}$; パネ定数である。また C_{HH} , C_{VH} , C_{VV} はカタナリー

張力曲線を初期釣合状態で接線近似した時の係数で式(25)で与えられる。(文献1)参照。

$$C_{HH} = W \sinh\left(\frac{x}{a}\right) / FF, \quad C_{VH} = W \{ \cosh\left(\frac{x}{a}\right) - 1 \} / FF \dots (25)$$

$$C_{VV} = W \left\{ \frac{x}{a} \cosh\left(\frac{x}{a}\right) - \sinh\left(\frac{x}{a}\right) \right\} / FF, \quad FF = \frac{x}{a} \sinh\left(\frac{x}{a}\right) - 2 \left(\cosh\left(\frac{x}{a}\right) - 1 \right)$$

w は単位長さ当たりのチェーンの水中重量、 x はカタナリー

一部分の海底面への投影長、 a はパラメーターである。

3. 計算結果と実験結果の比較検討： 図-2は回転運動の振幅の周波数応答特性、図-3は係留変動張力の振幅の周波数応答特性をそれぞれ無次元表示したもので図中の実線は減衰定常波を省略した近似解、破線は厳密解、●は実験値、 H_i としは入射波高と入射波長である。計算結果と実験値との対応性は、図-2と図-3に示すように回転運動の共振点付近以外ではかなり良好であった。共振点付近の計算値は粘性抵抗を入れれば、実験値にかなり近くなることが確認されている。したがって、本報で提案した諸式を使って圧気型浮体の波浪動揺特性は係留状態においても精度よく推算できるものと判断される。

4. 結言： 以上、本報では圧気型係留浮体の波浪動揺特性について検討を加えた。今後、定常力を考慮した係留状態への拡張、圧力モデルなどについて検討を加えたい。

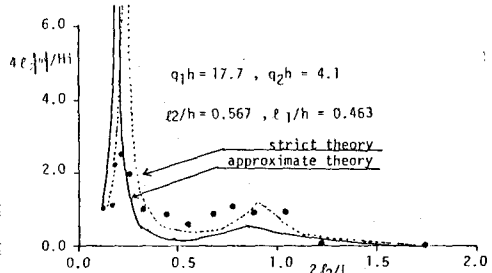


図-2 回転運動振幅の周波数特性

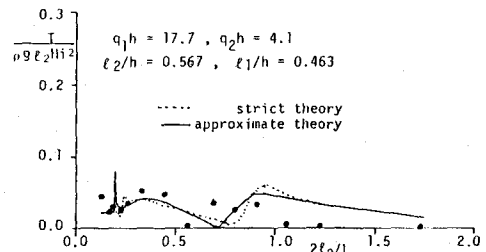


図-3 係留変動張力振幅の周波数特性

参考文献：1) 小田；水工学夏期講習会，1980。2) 岩田ら；海講論文集，1986。
3) 伊藤他；浮防波堤の水理に関する近似理論と応用，港技報告，1972