

孤立波の内部水粒子速度場について

名古屋工業大学 正員 喜岡 歩 学生員 土田 耕司
学生員 野田 憲一

1 はじめに

浅海域における作用波力の算定にあたっては、入射波の非線形性を考慮した水粒子速度および加速度を、正確に評価しておくことが重要である。長波領域については、Cokelet の理論を含む Stokes 型の波動理論の精度が低下するため、Cnoid 波または孤立波理論に基づく取り扱いが必要となる。長波近似理論のうち、特に孤立波連 (Train of Solitary Waves) による長波近似解は、振幅の増加に伴いその精度は向上することから、最近開発されつつある非線形波動場での回折波波力の解析に対しても有用であると考えられる。しかしながら、これら長波近似解による内部水粒子速度場についての検討は、まだ十分行なわれていないことから、本研究では主として最大水粒子速度の適合性について若干の検討を加えた。

2 水粒子速度の表示式

水底面から鉛直上向きに z 軸、波の進行方向に x 軸をとる。Fenton²⁾ による 9 次近似解のうち、9 次解までは Grimshaw³⁾ のものと一致し、波形、波速、および水平方向水粒子速度は、移動座標系でそれぞれ次式により与えられている。

$$\frac{\eta}{h} = 1 + \varepsilon S^2 - \frac{3}{4} \varepsilon^2 S^2 t^2 + \varepsilon^3 \left(\frac{5}{8} S^2 t^2 - \frac{107}{80} S^4 t^2 \right) \quad \text{-----(1)}$$

$$\left(\frac{c}{\sqrt{gh}} \right)^2 = 1 + \varepsilon - \frac{10}{20} \varepsilon^2 - \frac{3}{20} \varepsilon^3 \quad \text{-----(2)}$$

$$\frac{u}{\sqrt{gh}} = 1 + \frac{1}{2} \varepsilon - \frac{3}{20} \varepsilon^2 + \frac{3}{56} \varepsilon^3 - \varepsilon S^2 + \varepsilon^2 \left[-\frac{1}{4} S^2 + S^4 + \frac{7}{4} \left(\frac{3}{2} S^2 - \frac{9}{4} S^4 \right) \right] \\ + \varepsilon^3 \left[\frac{19}{40} S^2 + \frac{1}{5} S^4 - \frac{6}{5} S^6 + \left(\frac{7}{4} S^2 - \frac{3}{2} S^4 - \frac{15}{4} S^4 + \frac{15}{2} S^6 \right) + \left(\frac{7}{4} S^2 - \frac{3}{2} S^4 + \frac{15}{8} S^4 - \frac{15}{8} S^6 \right) \right] \quad \text{-----(3)}$$

ここに、 $\varepsilon = \frac{H}{h}$ 、 $S = \text{sech } \alpha \frac{x}{h}$ 、 $t = \tanh \alpha \frac{x}{h}$ 、 $\alpha = \left(\frac{3}{2} \varepsilon \right)^{1/2} \left(1 - \frac{5}{8} \varepsilon + \frac{7}{28} \varepsilon^2 \right)$

一方、峰の位相 ($\eta_x = 0$) における水平方向水粒子速度は、放物線分布を仮定することにより、次式で近似することができる⁴⁾。(ただし、ここでの座標原点は静水面上とする。)

$$u = \frac{c\eta}{\eta+h} + \frac{1}{2} \left[\frac{3}{2} - \left(\frac{\eta+h}{\eta+h} \right)^2 \right] c h \eta_{xx} \left[1 - \frac{1}{2} (\eta+h) \eta_{xx} \right]^{-1} \quad \text{-----(4)}$$

さらに、 $\eta/h \ll 1$ では、式(4)は孤立波理論に対応する式(5)で近似される。

$$u = c \frac{\eta}{h} - c \left(\frac{\eta}{h} \right)^2 + \frac{1}{2} c \left[\frac{3}{2} - \frac{(z+h)^2}{h^2} \right] h \eta_{xx} \quad \text{-----(5)}$$

なお、水平方向の一樣流速成分 $\bar{u}$ と c との比は、式(4)、(5)からそれぞれ次式で示される。

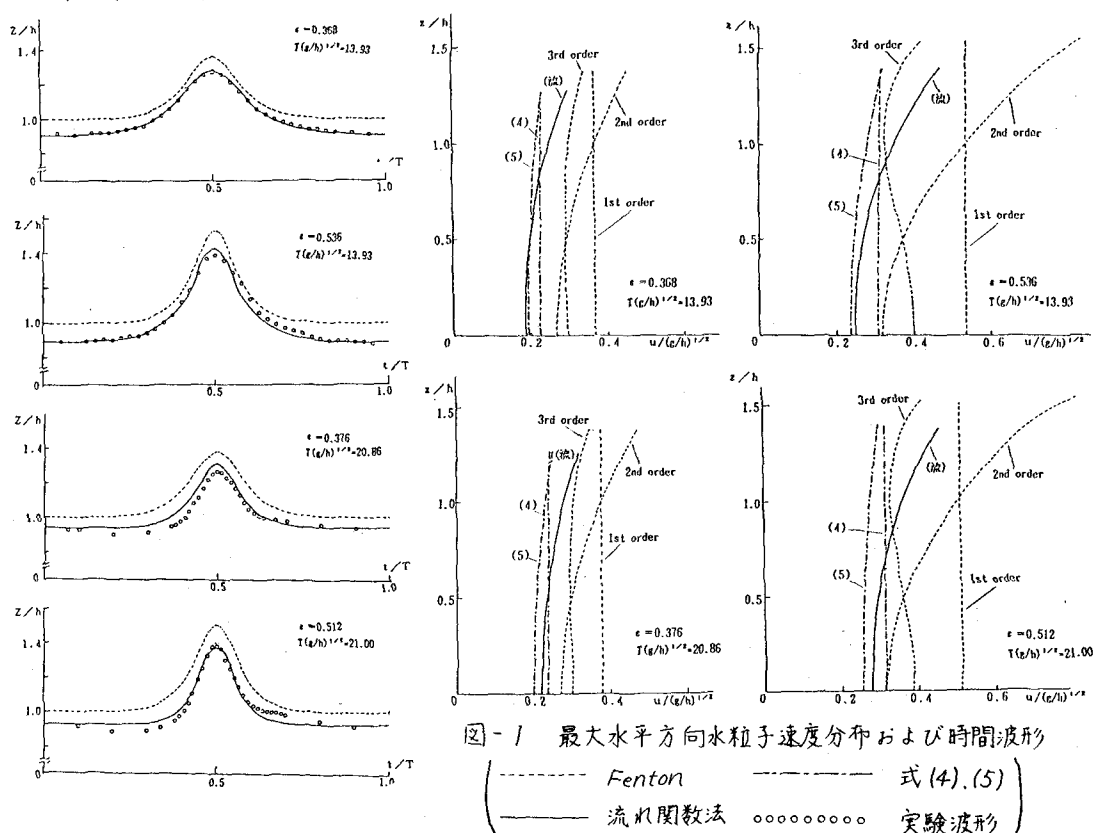
$$\frac{\bar{u}}{c} = \frac{\eta}{\eta+h} \quad \text{-----(6)}$$

$$\frac{\bar{u}}{c} = \frac{\eta}{h} \left(1 - \frac{\eta}{h} \right) \quad \text{-----(7)}$$

3 実験結果とその考察

実験には、長さ 7.5 m、幅 0.3 m、高さ 0.4 m の両面ガラス張りの二次元造波水槽を用いて約 $1/50$ の一樣勾配斜面を設置し、他端には消波装置を設けた。そして、造波板から 4.2 m の位置 (水深 $h = 0.05$ m) に抵抗式波高計を設置し、時間波形を記録した。また、峰における水平方向水粒子速度は、中立粒子 (比重 1.02) をトレーサーとして測定した。

図-1は、最大水平方向水粒子速度分布を、Rienecker・Fentonの流れ関数法⁵⁾、Fentonの第1次、第2次、第3次近似解[式(1)]、および放物線分布として仮定した場合の近似式[式(4)、(5)]について比較したもので、時間波形についても示してある。式(4)、(5)における ϵ は流れ関数法により求め、 η_{xx} は実験で得た時間波形から η_{xx} を読みとり、 $(CT)^2$ を乗じることにより求めた。流れ関数法による結果を基準にすると、Fentonの近似解は全体的に過大な値であるが、 ϵ が小さければ第3次解は水底付近の差異は大きいものの峰付近ではほぼ一致している。ただし、第3次解には変曲点が現われ ϵ が大きくなるとその傾向は著しくなり、流れ関数法による曲線と交差し峰へ向かうほどその差異が大きくなっている。また、第2次解については、 ϵ が大きい場合峰付近で過大な値を与える傾向が見られる。放物線分布と仮定した場合の曲線は、他のものと比較して最もよく流れ関数法による曲線と一致しているが、 ϵ が大きくなると峰付近で過小な値を与えている。一様流速分布を示す第1次解についても過大な値を与えることは、 ϵ と η_{xx} の値の差異および式(7)、(8)の近似式の差異によるものと考えられる。ここで検討した結果は $T\sqrt{g/h}$ が比較的小さいケースに限られているため、今後は孤立波近似解に近づくと考えられるケースについても検討を加える所存である。なお、流速分布の実験結果との比較については講演時に報告する。



- 〈参考文献〉 1) Stiassnie・Peregrine, J.F.M., Vol.97, pp.783-805, 1980. 2) Fenton, J.F.M., Vol.53, pp.257-271, 1972.
 3) Grimshaw, J.F.M., Vol.46, pp.611-622, 1971. 4) Svendsen・Staub, J.G.R., Vol.86, pp.4138-4148, 1981.
 5) Rienecker・Fenton, J.F.M., Vol.104, pp.119-137, 1981.