

1. 緒言 海岸波浪は、一般に水深変化およびこれに伴う波向線間隔変化に加えて海底摩擦の影響を受けているため、その伝播を精度良く記述するにはこれらの影響を評価した波動解の誘導が必須となる。ここでは、海岸波浪の基準モードはソリトンであるとの立場から、摩擦のある任意形状水路内を伝播するソリトン解を導き、その特性について若干の検討を行う。

2. 波動方程式とその双一次形式 水深、水路幅および海底摩擦を伴う K-dV 方程式は、3次元 Navier-Stokes 方程式より次式のように導かれる。

$$\zeta_t + \frac{3}{2R^{*3/2}} \zeta \zeta_\xi + \frac{R^{*1/2}}{6} \zeta_{\xi\xi\xi} + \frac{R^{*1/2}}{4R^{*2}} \zeta_t + \frac{b^*}{2b^{*2}} \zeta + \frac{C}{2R^{*2}} \zeta |\zeta| = 0 \quad (1)$$

$$\text{ここに、} \xi = \varepsilon^2 \left(\int_0^x \frac{dx^*}{R^{*1/2}} - t^* \right), \tau = \varepsilon^{3/2} x^*, z'/\varepsilon = \varepsilon \eta, x^* = x/h_0, t^* = \sqrt{g} t/h_0, R^* = h/h_0, b^* = b/b_0, C = c/\varepsilon^{1/2} \quad (2)$$

であり、また、 x : 水平座標、 t : 時間、 z' : 平均水面回りの水位変動、 h および b ; τ に依存する各地点ごとの水深および水路幅、 h_0 および b_0 ; 初期水深および初期水路幅、 L : 海岸波浪の代表波長、 c ; 海底摩擦係数および g : 重力加速度である。ついで、次式の変換

$$\eta = R^{*2} U/\eta, X = \int_0^\tau R^{*1/2} d\tau/6 \quad (3)$$

を行うと同時にソリトン解を

$$U = U_0 + U_1, U_0 = 12k^2 \operatorname{sech}^2 \{k(\xi - \int V dx)\} \quad (4)$$

のように仮定すれば、式 (1) は最終的に次式のように書き換えられる。

$$U_x + U U_\xi + U_{\xi\xi\xi} + \frac{9R^*}{4R^{*2}} U + \frac{b^*}{2b^{*2}} U + \frac{8ck^2}{3R^{*3/2}} U - \frac{2C}{3R^{*3/2}} U_{\xi\xi} = 0 \quad (5)$$

$$\text{さらに、広田にならって変数変換 } U = 12(\log F)_{\xi\xi} \quad (6)$$

を行えば、式 (5) は次式の変一次形式に書き換えられる。

$$[D_x D_\xi + D_\xi^4] FF = -2VFF_\xi + \kappa D_\xi J \cdot F \quad (7)$$

ここに、

$$V = \frac{9R^*}{4R^{*2}} + \frac{b^*}{2b^{*2}} + \frac{8ck^2}{3R^{*3/2}}, \kappa = \frac{2C}{3R^{*3/2}}, J = 2F_{\xi\xi} - 2F_\xi^2/F \quad (8)$$

である。

3. ソリトン解の誘導 $h_x^* = b_x^* = C = 0$ の下での式 (7) の解は次式で与えられる。

$$F = 1 + \exp(-2\phi_0), \phi_0 = k_0(\xi - 4k_0^2 x) \quad (9)$$

ここに、 k_0 はせつ動を受けないソリトンの振幅 A と $k_0 = \sqrt{3A_0}/2$ の関係にある定数である。

矢嶋にならない、1) せつ動の効果は非線形および分散の効果より小さい、および 11) ソリトンは分裂しない。の仮定の下に、式 (7) の解を次式のように置く。

$$F = \{1 + \exp(-2\phi)\}^{1+\varphi} (1+G), \phi = k(\xi - \int V dx) + \varphi \quad (10)$$

これを式 (7) へ代入し、 φ および G のオーダーで整理し、これらの 0 次および 1 次の解を求めれば、波形 η は次式のように表される。

$$\eta = \frac{4k_0^2}{3R^{*1/2}} \left(1 + \frac{32k_0^2}{45} \int_0^\tau \frac{C d\tau}{R^{*3/2} b^{*3/2}} \right)^{-1} \left[\operatorname{sech}^2 \phi + \{2\alpha\phi + 3(\alpha+2\gamma)\} \operatorname{sech}^4 \phi - (\alpha+2\gamma)(1 - \tanh \phi) + f \right] \quad (11)$$

ここに、 f はいわゆる tail を表し、近似的に次式で表される。

$$f = \lambda(\alpha + 2\gamma) \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\sigma\gamma + 3\sigma^3)}{\sigma} d\sigma \right\} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに、} \quad \alpha &= -\Omega^{3/2} (\sqrt{3} \lambda_a h^{3/2} b^* + \frac{2\sqrt{3}}{9} \lambda_b h^{3/2} c^*) + \frac{8\sqrt{3}}{45} \lambda_c h^{3/2} b^{*3/2} \Omega^{1/2} \\ \alpha + 2\gamma &= -\Omega^{3/2} (\sqrt{3} \lambda_a h^{3/2} b^* + \frac{2\sqrt{3}}{9} \lambda_b h^{3/2} c^*) + \frac{4}{45} \lambda_c h^{3/2} b^{*3/2} \Omega^{1/2} \end{aligned}$$

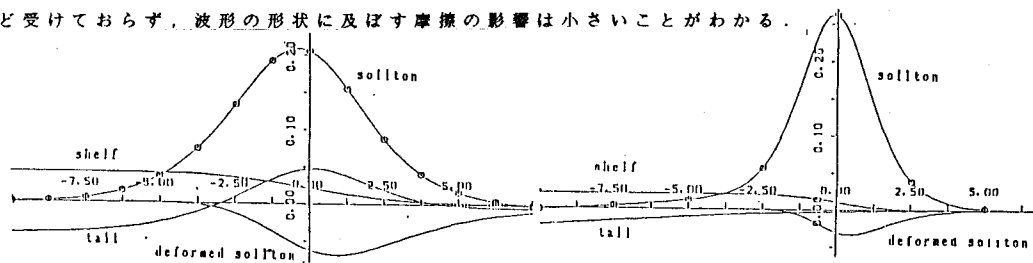
$$\lambda_a = \tan \theta_a^* / A_0^{3/2}, \quad \lambda_b = \tan \theta_b^* / A_0^{3/2}, \quad \lambda_c = C / A_0^{3/2}$$

$$\Omega = 1 + \frac{32}{45} k_0^2 \int_0^{\tau} \frac{C}{h^{3/2} b^{3/2}} d\tau$$

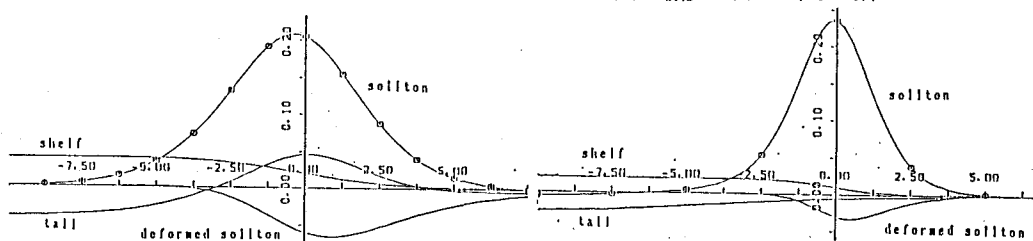
$\tan \theta_a^*$ および $\tan \theta_b^*$ はそれぞれ斜面および側壁の勾配である。

4. 解析解による波形 図-1は、式(11)のソリトン解を用い、 $\lambda_a = 0.06$ および $\lambda_b = \lambda_c = 0$ としたときのソリトンの波形変化を示したものであり、(a)は、水深 $h/h_0 = 0.999$ および (b)は $h/h_0 = 0.7$ のときの波形である。これより、斜面への進入直後に分散波が発生しているが、tailとshelfは互いに打ち消しあうためにソリトンの波形に及ぼす影響は小さい。しかし、tailの位相速度はソリトンやshelfのそれより遅いため、浅水化に伴って分散波の影響が顕在化し、 $h/h_0 = 0.7$ ではその影響が明らかとなって来る。

図-2(a)および(b)は、 λ_c のみを0.02として他の条件を図-1の場合と同様にしたときの波形を示す。この場合は、ソリトンの振幅は一樣摩擦のために減少しているが、分散波自体は摩擦の影響をほとんど受けておらず、波形の形状に及ぼす摩擦の影響は小さいことがわかる。



(a) $h/h_0 = 0.999$ 図-1 摩擦のない斜面上のソリトン波形 (b) $h/h_0 = 0.7$



(a) $h/h_0 = 0.999$ 図-2 摩擦のある斜面上のソリトン波形 (b) $h/h_0 = 0.7$

図-3は、図-1の場合と同じ条件下で式(5)

を数値的に解き、 $h/h_0 = 0.7$ において解析解による波形との比較を示したものである。

図中の実線は数値解 および破線は解析解をそれぞれ示す。数値解に含まれる遅移成分のために、両者の間に相違はあるものの、基本的な点での対応は認められる。

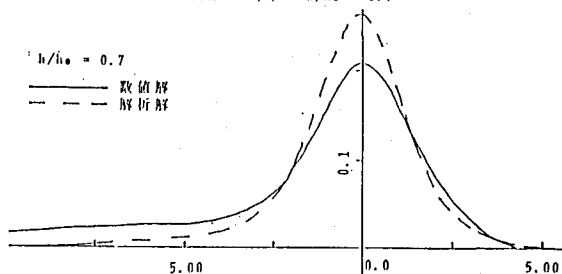


図-3 斜面上のソリトン波形に関する数値解と解析解との比較

5. 結 言 摩擦のある任意形状水路内のソリトン解を用いてその波形特性について検討し、分散波の発生過程を解析的に明らかにすると同時にそれが摩擦にほとんど独立であることを示した。