

II-3

最大エントロピーヒストグラムの水文頻度分析への導入

信州大学工学部 正会員 荒木 正夫 信州大学工学部 正会員 寒川 典昭
信州大学大学院 学生員 森川 智 信州大学工学部 柴山 敏英

1. はじめに

我々は、水文頻度分析に最大エントロピー分布の導入をはかり、対象とする水文量の母集団の確率分布を決定してきた。この場合、解の存在条件を満たさなければ最大エントロピー分布が存在せず、水文量の中にはその条件を満たさないものもある。本稿は、R.Collins & A.Wragg²⁾により展開された、前述の条件を満たさない場合にも適合できる最大エントロピーヒストグラムを水文頻度分析に導入し、モーメントとブロック数によるヒストグラムの变化について述べる。

2. 最大エントロピーヒストグラムの理論式の概説²⁾

R.Collins & A.Wragg はこのヒストグラムを次式で定義し、C-ヒストグラムと呼んでいる。

$$w = w_n = \frac{1}{N a_n} \quad (1)$$

$$\text{ここで, } a_n = x_n - x_{n-1} \quad (x_n < x < x_{n+1}) \quad (2)$$

この時、エントロピー H_N は

$$H_N = - \sum_{n=1}^N w \ln w \, dx = \ln N + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \ln a_n \quad (3)$$

ここで、 N はヒストグラムのブロック数である。

一方、原点まわりの k 次 ($k=1, 2, \dots, M$) のモーメントは

$$\mu_k = \frac{1}{N(K+1)} \sum_{n=1}^N \sigma_{kn} \quad (4)$$

$$\text{ここで, } \sigma_{kn} = x_{n-1}^k + x_{n-1}^{k-1} x_n + \dots + x_{n-1} x_n^{k-1} + x_n^k, \quad x_0 = 0 \quad (5)$$

(4) 式を制約条件として (3) 式を最大にする問題をラグランジュの未定乗数法から解く。ラグランジュ関数は

$$H_N = \ln N + \frac{1}{N} \{ \ln x_1 + \ln(x_2 - x_1) + \dots + \ln(x_N - x_{N-1}) \} + \sum_{k=1}^M \beta_k \left(\mu_k - \frac{1}{N(K+1)} \sum_{n=1}^N \sigma_{kn} \right) \quad (6)$$

ここで、 β_k ($k=1, 2, \dots, M$) はラグランジュ乗数である。

(6) 式を最大にするような $x_1, x_2, \dots, x_N; \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_M$ がこの問題の解となり、詳しくは文献2)を参照されたい。

3. 実測データへの適合

実測データとしては、Fig.1 に示す長野の月降水量

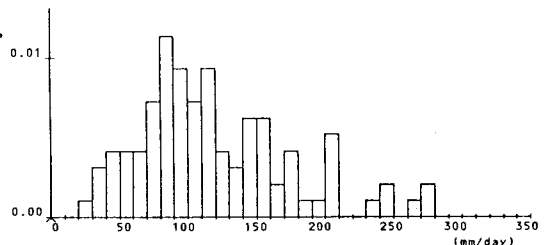


Fig.1 長野の月降水量の頻度図

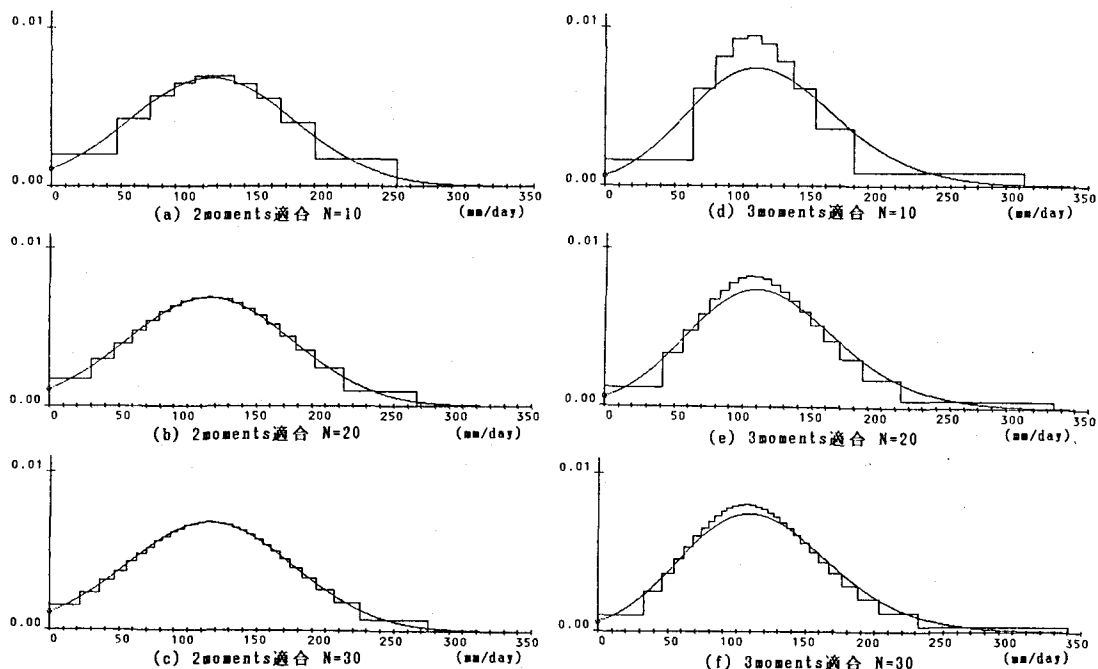


Fig.2 最大エントロピーヒストグラム

量(1888年～1985,6月)を用い, Fig.2 にはその頻度図についてのモーメントを制約条件とした最大エントロピーヒストグラムと従来の最大エントロピー分布を示す。また, Table 1 は Fig.2(f) の場合の初期値と計算結果である。Fig.2 より, ブロック数の増加, モーメント数の増加によるC-ヒストグラムの形状の変化傾向を読みとることができる。どの状態が最適であるかは, 何が最適かという問題ともからめて今後議論していかなければならない。

4. あとがき

本稿では, R.Collins & A.Wragg により展開された最大エントロピーヒストグラムを水文頻度分析に導入して, 2,3 の特徴を調べた。他の実データへの適合及びこの手法の詳細は講演時に発表する。初期値設定の困難さの解消, 最大エントロピー分布と比較した場合の利点・欠点の検討, 制約条件の与え方の検討等は今後の課題であろう。

Table 1 長野 6月, N=30 3moments

初期値	X (I)	W (I)
30.0	32.83	0.001022
40.0	45.89	0.002515
50.0	55.04	0.003642
60.0	62.34	0.004564
70.0	68.59	0.005335
80.0	74.17	0.005981
90.0	78.28	0.006521
100.0	84.06	0.006968
110.0	88.61	0.007329
120.0	92.99	0.007612
130.0	97.25	0.007822
140.0	101.44	0.007962
150.0	105.58	0.008038
160.0	109.73	0.008050
170.0	113.89	0.008001
180.0	118.11	0.007893
190.0	122.43	0.007727
200.0	126.87	0.007504
210.0	131.48	0.007225
220.0	136.32	0.006889
230.0	141.45	0.006487
240.0	146.96	0.006049
250.0	152.98	0.005542
260.0	159.68	0.004977
270.0	167.34	0.004351
280.0	176.44	0.003663
290.0	187.90	0.002908
300.0	203.89	0.002085
350.0	231.88	0.001191
400.0	340.73	0.000306

1) 寒川・荒木: 水文事象の頻度分析へのMEP導入について, 土木学会論文報告集, No.335, pp.89～95, 1983年7月。

2) R.Collins & A.Wragg: Maximum entropy histograms, J.Phys.A: Math. Gen., Vol.10, No.9, pp.1441～1464, 1977.