道路橋の動的応答のデータ解析に関する一考察

金沢大学工学部　正員　○城戸隆良　小堀為雄

1．まえがき

道路橋の動的応答に関する解析モデルとしては、走行荷重である1台の自動車を1自由度系のバネ—質点系にモデル化して、自動車—橋梁系の運動方程式を求め、モーダル解析によりたわみ応答を求めるのが基本的な解析モデルの例である[1]。さらにモデルを厳密化するために自動車モデルを2自由度系[1]、または4自由度系として解析する場合もある[2]。このような解析において、解析結果として得られるたわみ応答のデータの有効ケタがどの程度であるかを理解しておくことが必要であろう。また、実測的な立場から得られる動的たわみ、またはひずみ応答について、静的成分と動的成分に分離しデータ解析を進めたい要請も多いと考えられる[3]。そこで本報告は、これらの2点について基本的な検討を行ったので報告する。

2．動的応答解析によるたわみ応答の有効ケタ

1自由度系の1台の自動車モデルが、桁上を走行する場合の基本的な解析について考察する。自動車—橋梁系および自動車モデルにおける運動方程式は、

$$\ddot{q}_n(t) + 2h_n\omega_n\dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \{k(z-y_v) + c(\dot{z}-\dot{y}_v) + mg\}\Phi_n(vt) \quad \ldots(1)$$

$$m\ddot{z} + k(z-y_v) + c(\dot{z}-\dot{y}_v) = 0 \quad \ldots(2)$$

ここに、$q_n(t)$ は一般座標、$\Phi_n(x)$ は基準関数であり、動的たわみの応答 $y(t, x_c)$ は、

$$y_c = y(t, x_c) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t)\,\Phi_n(x_c) \quad \ldots(3)$$

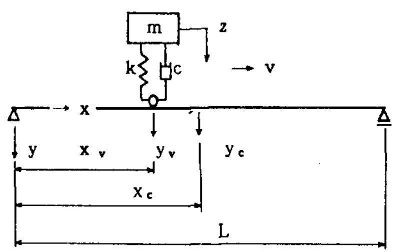
$\Phi_n(x)$ はn次振動の固有振動モードであり正弦級数で仮定し、

$$\Phi_n(x) = \sum_{m=1}^{\infty} a_{nm}\sin(m\pi x/L) \quad \ldots(4)$$

であり、係数 a_{nm} は

$$\int_0^L \rho\,\Phi_n^2(x)\,dx = \rho L/2\cdot\sum_{m=1}^{\infty} a_{nm}^2 = 1 \quad \ldots(5)$$

となるように正規化されているものとする。ただし、ρ は桁の単位長さ当たりの質量を示す。



k：ばね定数　c：減衰係数
m：質量　z：質点変位
x：橋軸方向座標値
y：たわみ　EI：桁の剛性
h_n：桁のn次減衰定数
ω_n：桁のn次円固有振動数
g：重力加速度

図1　動的応答解析モデル

いま、式(1)からたわみ応答の静的成分を抽出し、モーダル解析での採用次数nと求められる静的たわみ y_c との関係を調べ、静的たわみ応答の有効ケタを検討する。式(1)から、静的成分を抽出すると、

$$\omega_n^2 q_n(t) = mg\Phi_n(x_v) \quad \ldots(6)$$

式(6)から $q_n(t)$ を求め式(3)に代入する。ただし、$x_v = L/2$ に載荷、着目点 $x_c = L/2$ とすると、

$$y_c = \sum_{n=1}^{\infty}\{2/(n^4\pi^4)\cdot mgL^3/EI\cdot\sin^2(n\pi/2)\}$$
$$= 2PL^3/(\pi^4 EI)\cdot\sum_{n=1}^{\infty}(1/n^4) \quad \ldots(7)$$

となる。ここに、n＝1,3,5,・・・の奇数項のみとなり、P＝mgとする。この場合の静たわみ y_c は、$PL^3/(48EI)$ であり、式(7)に等しいとおくと、

$$2/\pi^4\cdot\sum_{n=1}^{N}(1/n^4) = 1/48 \quad ,(n=1,3,5,\cdots N) \quad \ldots(8)$$

でなければならない。式(8)の左辺の値について、順次nをNまで求めた結果を表1に示す。

表１の結果から、Ｎの値が１次または３次では上位２から３ケタ、５次または７次では３から４ケタが求められるたわみの有効な値になると考えられる。このように、求められる有効な値のケタ数を増して正確にしようとすると、より高次の振動次数まで重ね合わせる必要がある。しかし、高次の振動数成分まで考慮して解析を進める場合には、解析の時間きざみを非常に小さくしなければならなくなり、また、演算時間が長くかかる。このことから、実用的な値として、Ｎを３次程度までとれば上位２ケタ（ほぼ３ケタ）までの推定ができるものと考えられる。なお、演算時間を短縮してたわみ応答の傾向を得る程度であれば、Ｎを１次のみ採用しても上位２ケタは得られる。ただし、数値計算上の条件を備える必要があり、着目点が支間のＬ／４点などの場合はＮは２次も必要となる。

表１　Ｎと $1/S = 2/\pi^4 \cdot \sum_{n=1}^{N} (1/n^4)$

N	S	48／S
1	48.705	0.9855
3	48.111	0.9977
5	48.035	0.9993
7	48.015	0.9997

３．実測による動たわみ応答のデータ解析に関する一方法

自動車の単独走行による桁橋のたわみ応答を実測すると図２のような波形が得られる。このようなデータを解析するためにはA/D 変換を行い、デジタルデータとしてパーソナルコンピュータによって解析することが多い。その場合のデータ解析の一方法について提示する。なお、得られる波形は正弦波の合成波形にほぼ近似できると仮定する。また、雑信号波形はローパスフィルターで除去済みとする。

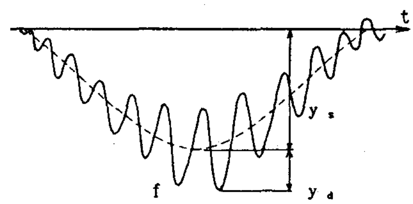


図２　　実測たわみ波形のデータ解析

まずたわみの波形について波形の振動数成分を抽出する。その方法としては波形の山と山を波形の勾配変化を比較しながら抽出するピークtoピーク法で求める（なお、加速度波形などを同時に実測している場合はスペクトル解析によることができる）。そして種々の振動数成分ｆの中からカットオフ振動数 f_c（最も低い振動数を割り当てる）を得る。さらにデータの時間きざみ Δt を基にして移動平均法によってローパスフィルター効果を形成する。移動平均の繰り返し数 n_c は試行錯誤の結果、ほぼ次式のようになる。

$$n_c \fallingdotseq 0.5364 / (f_c \Delta t)^2 \qquad \cdots (9)$$

この n_c 回の移動平均の繰り返しを以下のように行えば、元の波形は振動数 f_c 以上の振幅成分がほぼ減衰し除去され、移動平均によって静的成分と考えられる波形が残される。

元の波形の t_i 時におけるデジタルデータを $y(t_i)$ とすれば、移動平均(HANNINGウインドウを用いた)[4] 後の値 $\bar{y}(t_i)$ は、

$$\bar{y}(t_i) = 0.25\, y(t_{i-1}) + 0.5\, y(t_i) + 0.25\, y(t_{i+1}) \qquad \cdots (10)$$

で与えられる。これによって得られる $\bar{y}(t_i)$ の数列を再び $y(t_i)$ におきかえ、また式(10)に代入するというような同じ操作を n_c 回繰り返して平均化を進める。また、元の波形よりこの静的成分と考えられる y_s の波形を差し引きすると動的成分が抽出できるものと考える。以上の操作によって、y_s，y_d および f が求められ、動的係数 $i = y_d / y_s$ も推定が容易になる。なお、若干の処理時間を必要とする。

４．あとがき　以上、基本的な２点について示した。その他、ひずみ応答の問題等は発表時に述べる。

1)小堀為雄：応用土木振動学，森北出版，1979-2. 2)小堀・近田・城戸・浅井:Dynamic Response of the Isotropic Slab Bridge under Traffic Jam,金沢大学工学部紀要，第18巻２号,1985-10. 3)城戸・小堀：実交通下における桁橋のたわみ応答の調査例，土木学会第41回年次学術講演会講演概要集Ｉ-190,1986-11. 4)大崎順彦：地震動のスペクトル解析入門，鹿島出版会，1977-4.