I —12

Backtrack法による構造物の最適設計計算法

名古屋大学　学生員○吉野　精二
名古屋大学　正　員　宇佐美　勉

1．はじめに

構造物の最適設計問題を解く際，その計算法については実際問題への対応が容易にでき，かつ，利用し易いものが望まれる．文献1）では，正方形断面をもつ鋼圧縮部材の最適設計を，ＳＵＭＴ法を用いておこなっているが，解の収束性に問題がある場合もあったため，試行錯誤的に解を求める方法も採用されている．本報告では，Backtrack法について，その実用性に関する検討を行ない，最適設計計算の一つの有効な手法として紹介する．

2．Backtrack法の概略

Backtrack法は，システム化された探索方法によって，制約条件付き非線形関数の最小化問題を解くもので，設計空間の中において，最適解ならびにそれに至る過程で，最適性を検討される値というものは，すべて離散値として扱っている．

Backtrack法の中には，Halving processと呼ばれる，変数を効率良く減少させ最適解に導く過程がある．変数ベクトル $X=\{X_i\}(i=1,2,\cdots,n)$が，制約条件 $g(X_i)\geq 0(i=1,2,\cdots,p)$を満たして，目的関数$F(X_i)$を最小にする問題においてｉ番目の変数$X_i$に注目する．$X_i$の取り得る最小値を$X_{i1}$，最大値を$X_{i\tau_i}$，とすると，図-１に示したような一連の離散値数列ができあがる．この離散値数列の中から，制約条件を満たす最小の値X_iを探索する過程が，Halving processである．Halving processは，最適解を得るまでの，試行回数を減らすという利点を持っているだけでなく，途中の計算の大部分がそこで行なわれるため，Backtrack法の根幹をなしていると言える．図-２には，Backtrack法の概略図を２変数 X_1，X_2 に着目した場合について示す．

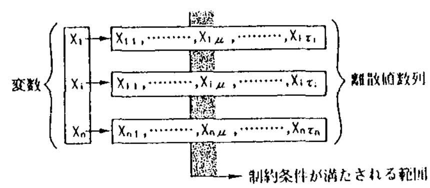

図-１　変数x_i(i=1,…,n)とそれに対応する離散値数列

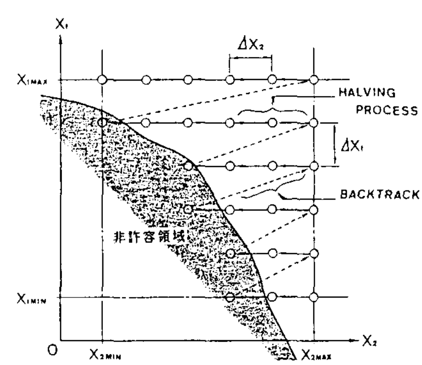

図-２　Backtrack法の概略図
（2変数x_1，x_2に着目した場合）

3．実用性についての検討

Backtrack法は，最適設計問題への適用に際して多くの利点を有するとともに，少なからず制約を受ける場合もある．ここでは，その主な利点と留意点を列挙する．

利　点　1）解の収束性．設計変数を離散値として取り扱っているので，一組のデータに対して，目的関数を最小にする変数値(最適解)を必ず求めることができる．　2）解の精度．最適解についての予想が全く立たない場合，まず，探索領域と変化量を大きくとって，そのデータに対する最適解を求める．次に，その解を含む比較的狭い領域について，変化量を前回よりも少し小さくして最適解を求める．

この操作を順次繰り返すことにより，効率的に解の精度を高めることができる．また，他の手法と併用することによって，精度を高めるとともに解の収束性についての欠点を補うことも可能である．
3）計算時間の短縮．Halving processによって，いかに効率良く制約条件を満たす変数の最小値を見つけ出すかということが，計算回数，ひいては計算時間の短縮へと結びついてゆく．図-2に示したように，探索領域が広くなるほど，Halving processを行なう回数は増える．したがって，変数の個数が増え，探索領域が広がると，変数の全組み合わせ数に対する実際の計算回数の割合が小さくなってゆくのである．次節の無補剛平板からなる長方形箱形断面圧縮部材の最適断面設計は，4変数の最適化問題であるが，1％以下の計算回数で最適解が得られる場合もあった．
留意点　1）2変数問題には利用できない．Halving processが適用されるのは，n個の設計変数の中の1番目とn番目のものを除いた（n-2)個の変数に対してである．したがって，設計変数が2個の場合，Backtrack法を用いて問題を解くことは不可能である．2）目的関数が単調増加する場合にしか利用できない．Backtrack法は変数の値を減少させることにより，目的関数を繰り返し計算し，その値が以前の値よりも小さい場合，目的関数を修正している．したがって，単調増加するような目的関数を持つ問題にしか利用できないのである．3）得られた解が，データとして与えられた変数の最小値，あるいは，最大値に一致している時，一致しているデータの値を，最小値ならばもっと小さく，最大値ならばもっと大きくして，再び計算を行なわなくてはならない．解が探索領域の中間に存在している時，初めて最適解を得たといえる．4）変数に上限のある制約条件の場合，データとして与える変数の最大値を吟味しなくてはならい．即ち，各変数が最大値をとった場合でも，必ずしも制約条件が満たされるとは限らないような時，最も解の存在領域を予想し易い変数について，まずデータの最大値を決め，制約条件を満たすよう，順次，各変数についてもデータの最大値を決めなくてはならない．

4．数値計算例

無補剛平板よりなる長方形箱形断面圧縮部材の重量が最小となる断面形状を求める問題を，Backtrack法を用いて解いた．尚，用いた設計公式は，文献3)で提案されている式を拡張したものであり，細長比・板厚の制限は，道路橋示方書に準拠している．ここでは，中心軸圧縮の時の計算結果を文献1)の正方形箱形断面部材を，中心軸圧縮した時の結果と比較して図-3に示す．文献1)では，SUMT法を用いて最適計算を行っており，今回の計算結果は，その結果とほぼ一致しており，精度の高い解が得られたと言える．

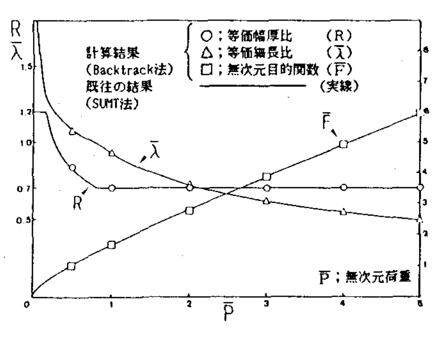

図-3　既往の結果との比較(中心軸圧縮の場合)

5．おわりに

解の収束性に最大の利点を持つBacktrack法を最適設計計算に適用し，結果を既往の値と比較することによって，実用的で，有効な手法の一つであることを実証し，ここに紹介した．

参考文献

1)宇佐美・寺尾，土木学会論文集 第362号(1985)．　2)Jozset Farkas, Optimum Design of Metal Structures, ELLIS HORWOOD(1984)．　3)宇佐美・福本，土木学会論文報告集 第326号(1982)．