I－9

速度成分を考慮した静的地震応答解析手法について

――地震応答解析における震度の意味付け及び速度成分波の考慮方法について――

三祐コンサルタンツ　正会員　○富樫　豊

名　城　大　学　　正会員　　板橋一雄　　川合伸治

1．はじめに　土構造物や上部構造物等、構造物の耐震設計には、地震活動度の地域性や構造物の重要度、地盤の種類を考慮して設計震度を設定した静的震度法がよく使われている。しかしながら、構造物の被害が地動の最大加速度と必ずしも対応するとは言い難く、また、地盤の卓越振動数が反映されていないといった指摘もある。また、長周期構造物では、地震動の速度成分に着目し、系の固有円振動数をそれに乗じて加速度次元に変換し震度を設定することが多く、震度が地動最大加速度により設定されるといった当初の概念とは異なる様相の一面も見られる。このように、入力地震動の評価として、被害を与える地震動の評価として震度の概念は奥深いものになっている。これは一口に言えば、「動的現象を如何様に静的現象に置換するか」ということに根差しているものであり、問題を整理すると（ｉ）系の増幅現象（ⅱ）地震動のランダム性（ⅲ）構造物直下の地盤の存在（地下逸散減衰）を如何に凍結するかが重要点となる（但し、この他材料特性、強度特性の理想化の問題も含まれるが、ここでは扱わない）。そこで、本稿では動的解析を出発点として、静的等価解析を動的解析とともに体系的に考察し、震度法の震度について検討を加えることとする。また、地盤の逸散減衰を考慮した等価法の存在、固有振動数を考慮した等価法の存在について考えてみることとする。

2．有限要素法定式化　本論では、理論の組立が視覚的にも容易かつ簡潔になるように、ＦＥＭによる行列表現法を用いる。

（Ａ）連続体の運動方程式は、場の量を変位ｕに設定すると、平面問題では以下のようになる。

$$\{ \nabla^t D \nabla u - \rho \partial_{tt} u + \delta_B \tau \} = 0 \qquad \cdots (1)$$

ここに、ｔは時刻、Ｄは構成係数行列、∇は集合化作用子、ρは質量密度、　δ_Bは応力境界条件境界を意味する。ただし、$\nabla^t = \begin{pmatrix} \partial_1 & 0 & \partial_2 \\ 0 & \partial_2 & \partial_1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} \lambda+\mu & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda+\mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{pmatrix}$, ∂_i:i方向偏微分作用子, λ, μはラメ定数。

（Ｂ）媒体を有限拡がりの要素に分割し、要素節点に変位場Ｕを定義する。要素ｅ番における周辺節点の変位をU^eとし、U^eとＵの間の関係を行列H^eで表す。　$U^e = H^e U$.

ｅ番要素において変位場ｕを離散化すると、N^eを形状関数として$u = N^e U^e = N^e H^e U$. ここで、$N^e H^e$を重みとして式（１）を各要素毎に残差をとり、全体領域で残差総計零として方程式を離散化すると、

$$\sum_e \int (N^e H^e)^t (\text{式}(1))\, dvol^e = 0 \qquad \cdots (2)$$

若干の演算後　$\partial_{tt} MU + KU = P$　　…（３）を得る。ここに、

$$M = \sum_e H^{et} \left(\int N^e \rho N^e dvol^e \right) H^e \qquad K = \sum_e H^{et} \left(\int (\nabla N^e)^t D (\nabla N^e) dvol^e \right) H^e \qquad P = \sum_e H^{et} \left(\int \delta_B \tau\, dvol^e \right)$$

（Ｃ）上定式化について補足　　ＦＥＭでは要素剛性行列Ｋ　を全体行列Ｋに配分、即ち、行列組立ての概念は極めて解かりにくく、数学的な厳密さを欠いた定式化が著者等の知る限り殆どであった。上定式化に従えば、全体節点番号と要素節点番号を対応ずける行列Ｈ　の導入により、節点番号の局所から全体への変換のイメージ及び剛性行列たしこみ（Σのこと）が直ちに理解される。

3．地盤上の構造物における基本式　構造物指示地盤の地下逸散減衰が考慮できるように、地盤をもモデルに考慮する。但し、入射波は鉛直下方より上昇する実体波ｆであるとする。地盤の波動インピ

ーダンスをdとすると、式（3）の外力項Pは　$P=d\ (2f-U)\ \partial_t f$　となる。結局、基本式は、式（3）より、　$(\partial_{tt}M+\partial_t d+K)U=d2\partial_t f$　…（4）となる。

4．速度型入力の系　A．地震波の速度成分を $\partial_t f$ として式（4）に基づけば、速度型入力の場合の動的解析が可能となる。構造物被害が地震動速度値と対応する傾向にあるとの指摘が多い現況では、式（4）による解析が最良と思われる。

B．等価速度力解析　速度成分による地下逸散減衰及び入射力が準静的に載荷したとすると、時間微分項は落ちると仮定して、　$KU=d2\partial_t f$　を得る。また、地下逸散項にのみ時間項を系の入力波の卓越円振動数 w_t により評価すると、　$(K+i\omega_t d)U=d2\partial_t f$　…（5）を得る。

ここで入射波のランダム性を最大値や二乗平均値で評価して $\partial_t f$ を $(\partial_t f)_{max}, (\partial_t f)_{rms}$ とするならば、静的計算で地下逸散減衰項を取り入れた解析が可能となる。特に式（5）では、複素型で減衰を評価することができる。

5．加速度型入力の系

従来の動的解析では、すべて加速度成分に着目していた。式（4）からこの系の基本式を導こう。地動 X_g として、系に相対変位場　$X=U-X_g$　を導入する。この変位について基本式は、式（4）より、　$\partial_{tt}MX+\partial_t dX+KX=\partial_t d(2f-X_g)-M\partial_{tt}X_g$　…（6）となる。

地動 X_g が系の周辺の露頭基盤で採れた記録とすると、　$2f=X_g$　より、

$$\partial_{tt}MX+\partial_t dX+KX=-M\partial_{tt}X_g \quad \cdots (7)$$

となる。この時点でも地下逸散減衰項は存在していることに注意したい。ここで、構造物底部の変位 $X\delta_B$ が X_g であるとすると、　$\partial_{tt}MX+KX=-M\partial_{tt}X_g$　…（8）となり、地下逸散項は消える。　A．震度法　現象が準静的であるとすると、慣性力項は消え、$KX=-M\partial_{tt}X_g$　…（9）となる。ここで、加速度波　$\partial_{tt}X_g$ の最大値 αmax または二乗平均値 αrms により地震波のランダム性を表すとすると、現象が完全に静的状態となる。水平震度Kを αmax/g（または αrms/g）とすると、いわゆる震度法の基本式　KX＝KW　…（10）を得る。但し、Wは構造物の重量である。

B．増幅現象考慮の震度法　式（8）の時点で次のように式を変形する。$KX=-M\partial_{tt}X_g-M\partial_{tt}X$

応答Xは変位モードVと増幅率Amp、固有振動数wで規定されるとすると、

$$KX=M\partial_{tt}X_g(1+W^2VA_{mp}) \quad \cdots (11)$$ を得る。

この式は、地層 X_g が（$1+W^2$ VAmp）倍となったことを意味しているので、震度は　K＝（$1+w^2$ VAmp）　…（12）とすると、固有振動数、モード、増幅率が考慮されたことになる。特に、振動数wに対し増幅率Ampを簡略モデルによりいくつか設定できれば、より動的状態に接近した静的状態を得ることができる。　C．修正震度法　構造物の頂部の震度を割増しした震度分布やサイン波的な震度分布を用いた震度法がいくつか提案され、使われているが、これらの震度は式（12）において w^2 の因子を取り去り、Vにのみ震度分布を反映させ、Ampの量で構造物頂部の震度割増し分を見積ったものである。

6．まとめ

動的解析・静的震度法解析を体系化してみたところ、震度そのものを合理的に従来のものより種々意味付け（振動数依存性、モード）ることができた。また、地盤の地下逸散減衰を考慮した静的解析法の存在を伺い知ることができた。今後は実例を蓄積したいと考えている。また、震度の物理的意味、速度成分外力の震度との対応等問題は多い。なお、参考文献は省略する。