

平板の座屈解析におけるたわみ関数

岐阜大学工学部 正 員 森脇 良一

岐阜大学大学院 学生員 安井 義則

岐阜大学工学部 学生員 ○ 柴田 正晴

1. はじめに

平板の座屈問題の数値解析法としては種々の方法があるが、そのほとんどの解法では、座屈形状を表すたわみ関数をどう設定するかによって解の精度、計算の難易度が大きく支配される場合が多い。本研究で扱うガラーキン法も、このケースにあてはまる。

い、ぼう、平板の座屈問題を解析する場合は、支持条件の違いによってたわみ関数は、まったく異なるものとなる。周辺単純支持の場合は、二重フーリエ級数によってかなり計算が簡単で、しかも精度の良い計算結果が得られる。ところが支持条件が固定の場合は、双曲線関数と三角関数を含む、複雑なたわみ関数で与えられるのがこれ迄一般的であった。この関数はかなり複雑で計算も面倒である。

ところで、鋸形腹板の座屈解析においては、上下辺固定、左右辺単純支持が、その状態をよく表すとされている。本研究では、この支持条件のもとで、従来型たわみ関数と、簡単化されたたわみ関数によって座屈解析を行い、両者のメリット、デメリットを明らかにしようとするものである。

2. 解析方法

図1のように、 x 、 y 方向の辺長がそれぞれ a 、 b なる長方形平板があり、 x 方向に面内荷重を受けるモデルを考える。ここで、 x 方向の面内荷重として

$$N_x = \sigma_0 t \left(1 - \frac{\phi}{b} y\right) \quad \dots (1)$$

を与える。ここで ϕ は応力の状態を表すパラメーターであり、 $\phi = 0$ の時に純圧縮、 $\phi = 2$ の時に純曲げを表す。また、解析方法としてはガラーキン法を用いて解析した。

板が面外に微小変形したときの面外方向のつり合い方程式は次式で与えられる。

$$f(x, y) = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \frac{1}{D} N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad \dots (2)$$

い、ぼう、座屈によるたわみ w として従来型を式(3)に、本解析で用いたものを式(4)に示す。

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \left\{ (\sin P_n - \sinh P_n) \left(\cos \frac{P_n y}{b} - \cosh \frac{P_n y}{b} \right) - (\cos P_n - \cosh P_n) \left(\sin \frac{P_n y}{b} - \sinh \frac{P_n y}{b} \right) \right\} \quad \dots (3)$$

ここで P_n は $n+0.5$ の近傍で、 $\cos P_n \cosh P_n = 1$ なる値。

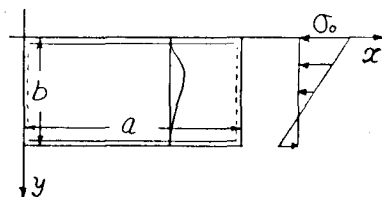


図1. 座標と荷重

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \left(\cos \frac{n-1}{b} \pi y - \cos \frac{n+1}{b} \pi y \right) \quad \dots (4)$$

3. 解析結果

解析の結果、従来型のたわみ関数、および本解析でのそれを用いて計算した座屈係数 k のマトリックスは、それぞれ式(5)、式(6)のようになり、これらの行列式を零にすような k が求める座屈係数である。

式(5)、式(6)のマトリックスにより、パラメータサーチを行い、図2、表1のような結果が得られた。両者の差はたかたか1%程度であることが明らかとなった。

また、せん断力を受ける場合の解析も行っているが、紙面の都合上、当日発表する。

$$\begin{bmatrix} 0.000249 E_1 & -0.000036 E_2 & -0.006417 E_3 & -0.004377 E_4 & -1.081781 E_5 & \dots \\ +0.000072 F_2 & -0.000009 F_2 & +0.006898 F_3 & -0.002208 F_4 & +1.183108 F_5 & \dots \\ -0.000161 G & +0.001106 G & -0.00048 G & +0.029923 G & -0.101311 G & \dots \\ -0.000061 E_1 & 0.14464 E_2 & 0.000925 E_3 & -3.8135 E_4 & 0.127614 E_5 & \dots \\ +0.000014 F_1 & +0.020976 F_2 & +0.000153 F_3 & +3.801529 F_4 & +0.047923 F_5 & \dots \\ +0.001106 G & -0.0828 G & +0.675668 G & +0.01147 G & +22.40332 G & \dots \\ -0.036008 E_1 & 0.001295 E_2 & 80.75703 E_3 & -0.021993 E_4 & -19.39.681 E_5 & \dots \\ +0.036489 F_1 & -0.000216 F_2 & +8.082232 F_3 & -0.002764 F_4 & +19.39.983 F_5 & \dots \\ -0.00048 G & +0.675668 G & -44.41976 G & +38.52394 G & -0.275251 G & \dots \\ -0.013054 E_1 & -12.34233 E_2 & -0.028277 E_3 & 44204.43 E_4 & 0.515565 E_5 & \dots \\ +0.006468 F_1 & +12.33036 F_2 & +0.003532 F_3 & +3364.709 F_4 & +6.710886 F_5 & \dots \\ +0.029923 G & +0.01197 G & +385.2334 G & -23784.55 G & +212171.3 G & \dots \\ -15.17443 E_1 & 0.280812 E_2 & -4790.033 E_3 & 0.630182 E_4 & 23998753 E_5 & \dots \\ +15.27576 F_1 & -0.105267 F_2 & +4790.340 F_3 & +6.710886 F_4 & +1467160 F_5 & \dots \\ -0.101311 G & +22.40332 G & -0.275251 G & +212171.3 G & -12730283 G & \dots \end{bmatrix} = 0$$

$$\text{ここで } E_n = (1/\alpha + P_n^2 \alpha)^2 + k, \quad F_n = (1/\alpha - P_n^2 \alpha)^2 + k \\ G = \phi k \quad \dots (5)$$

$$\begin{bmatrix} 2M_1 + M_2 \\ + \frac{3}{2}(2-\phi)k & \frac{256}{75\pi^2} \phi k & -M_2 - (1-\frac{\phi}{2})k & \frac{-5632}{3675\pi^2} \phi k & 0 & \dots \\ \frac{256}{75\pi^2} \phi k & M_1 + M_2 \\ + (2-\phi)k & \frac{2304}{1225\pi^2} \phi k & -M_1 - (1-\frac{\phi}{2})k & \frac{-6400}{39675\pi^2} \phi k & \dots \\ -M_1 - (1-\frac{\phi}{2})k & \frac{2304}{1225\pi^2} \phi k & M_2 + M_4 \\ + (2-\phi)k & \frac{178688}{99225\pi^2} \phi k & -M_2 - (1-\frac{\phi}{2})k & \dots \\ \frac{-5632}{3675\pi^2} \phi k & -M_2 - (1-\frac{\phi}{2})k & \frac{178688}{99225\pi^2} \phi k & M_1 + M_5 \\ + (2-\phi)k & \frac{857600}{180249\pi^2} \phi k & \dots \\ 0 & \frac{-6400}{39675\pi^2} \phi k & -M_2 - (1-\frac{\phi}{2})k & \frac{857600}{480249\pi^2} \phi k & M_1 + M_6 \\ + (2-\phi)k & \dots \end{bmatrix} = 0$$

$$\text{ここで } M_n = (1/\alpha + n^2 \alpha)^2 \quad \dots (6)$$

表1. 各アスペクト比に対する座屈係数

$\phi = 0$ の場合

α	0.4	0.45	0.5	0.6	0.667	0.75	0.8	0.9	1.0	1.2	1.5
式(3)	9.43	8.35	7.67	7.02	6.93	7.06	7.25	7.79	8.52	10.45	14.30
式(4)	9.49	8.41	7.72	7.09	7.00	7.15	7.34	7.89	8.64	10.61	14.54

$\phi = 1$ の場合

α	0.4	0.45	0.5	0.6	0.667	0.75	0.8	0.9	1.0	1.2	1.5
式(3)	17.66	15.85	14.69	13.61	13.50	13.81	14.19	15.29	16.75	20.59	28.23
式(4)	17.78	15.96	14.80	13.73	13.63	13.96	14.35	15.48	16.97	20.88	28.66

$\phi = 2$ の場合

α	0.4	0.45	0.5	0.6	0.667	0.75	0.8	0.9	1.0	1.2	1.5
式(3)	40.69	37.74	37.73	41.76	44.26	48.38	51.34	58.23	66.31	85.79	122.69
式(4)	41.57	40.55	40.51	42.51	45.03	49.19	52.18	59.16	67.36	87.09	124.50

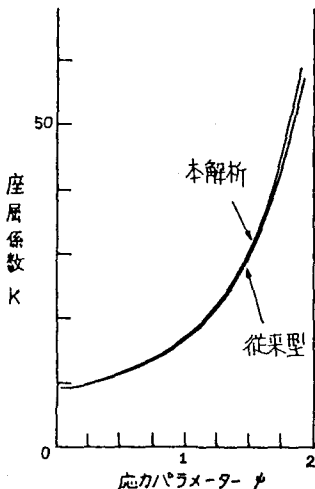


図2. ϕ に対する座屈係数