I－2

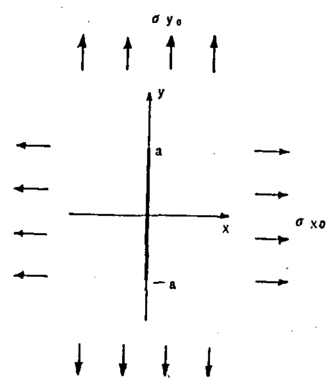
# 異質弾性体の亀裂に関する研究

岐阜大学大学院　学生員　○矢崎博芳
岐阜大学大学院　学生員　藤井康寿
岐阜大学工学部　正会員　中川建治

## 1．はじめに

土木工学の分野では、異質岩盤、岩盤とコンクリート、コンクリートの打継目等のような弾性定数が異なる材質の接触面に存在するクラック（インターフェースクラック）周辺の応力解析も重要な研究課題の1つであと思われる。インターフェースクラックについては、Erdogan[1] や Sih, Rice[2] の研究があるが、sin(ln r),cos(ln r) のような特異項が応力関数の中に現れいる。この特異項によって、応力は振動する特性を持っている。これは不自然であるから、本研究では境界面のクラックの先端付近の応力度が緩やかに増加しつつ、有限な応力集中となるような応力関数を導くことを目的としている。

ここでは、弾性係数が一方が無限大、他方が有限であるような半無限版の境界面にクラックが存在しているモデルにたいして、有限な応力集中を持つ応力関数を従来の解を利用した形で導いてみた。



図－1 引張りを受ける無限板のクラック

## 2．Westergaard の解とクラック線上の変位

Westergaard の解は次のように与えられている。

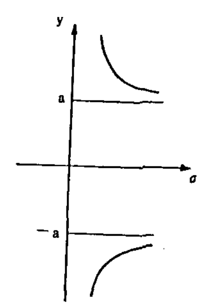
$$W(z,a) = \frac{\bar{z}}{4}\{(\sigma_{y0}-\sigma_{x0})z+2\sigma_{x0}\sqrt{z^2+a^2}\}$$
$$+\frac{1}{4}\{(\sigma_{y0}-\sigma_{x0})z^2-2\sigma_{x0}a^2\ln(z+\sqrt{z^2+a^2})\}$$
$$z = x+iy \qquad \bar{z} = z-iy$$

また、y軸上 $y>a$ では x方向変位 u, y方向変位 v は、次のように表される。

$$u = 0$$
$$v = -\frac{\sigma_{x0}}{2}(\kappa+1)\sqrt{y^2-a^2} \qquad (y>a)$$

Westergaard の解において、クラック線上では x方向変位 uは存在しないが y方向変位 vが存在するために弾性係数が、一方が無限、他方が有限の半無限板の境界面にクラックを存在させるモデルに対しては、適用することができない。そこで、 x方向変位と y方向変位がゼロとなるような他の関数F(z,a) を作成しなければならない。

また、このF(z,a) によるせん断力もクラック表面上ではゼロとならなければならない。



図－2 Westergaard の解

## 3．応力関数 F(z,a) について

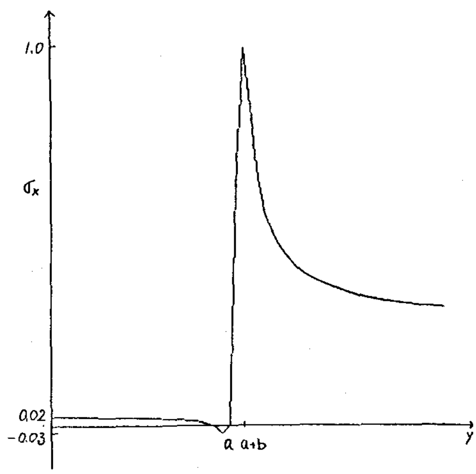
$$F(z,a) = \bar{z}\Psi+\Phi$$
$$\Psi(z,a) = i\ z^2+a^2\ \{\ln(\frac{z+ia}{z-ia})-i\pi\}-\frac{2\kappa\pi}{\kappa-1}\sqrt{z^2+a^2}$$
$$\Phi'(z,a) = i\{(\kappa+1)\sqrt{z^2+a^2}-\frac{a^2}{\sqrt{z^2+a^2}}\}\{\ln(\frac{z+ia}{z-ia})-i\pi\}+\frac{2az}{\sqrt{z^2+a^2}}+\frac{2\kappa\pi}{\kappa-1}\frac{a^2}{\sqrt{z^2+a^2}}$$
$$\kappa = (3-\nu)/(1+\nu)$$

ν：ポアソン比

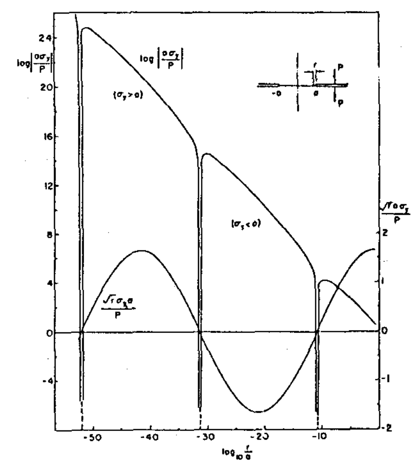
この応力関数 F ついて、 y軸上 |y|＞a における x方向変位、 y方向変位、 y軸上 y ＜|a|におけるせん断力のみがゼロという条件を満足させたために、開口部分の$\sigma_x$ は必ずしもゼロになるわけではない。

この$\sigma_x$ の誤差を実用上問題にならない程度に小さくすることと、クラック先端の応力集中を有限化して実用性を持たせることとを実現するために、これらの結果に重み積分法[3] を適用する。応力分布の形状が煩雑な数式になるので重みの形は、中川等が文献 3）に示したような幾つかの任意の形を採用すると積分が不可能になるが、1次式の重みを付けたものをつぎに示す。この図から分かるように開口部分の$\sigma_x$ は実用上は問題にならない程度の大きさになる。

４．応力図




図－3 著者等による応力図




図－4 Erdogan による応力図

５．まとめ

1） y軸上 y＜|a|でせん断力、|y|＞ a で x方向変位、 y方向変位がゼロとなるように F(z,a) を作成したため y ＜|a|で $\sigma_x \neq 0$ となっているが、有限な応力集中との比を考えると無視できる値であるので本研究で導いた F(z,a) は有効なものではないかと考える。

2）せん断クラックについても同様にして得られる。

3） y軸上を境界とする両側の材質の弾性係数がともに有限な場合についても、$\ln\left(\frac{z+a}{z-a}\right)$の係数を適本当に定めることによって適用し得ると思われる。

4）本研究ではクラック開口部の$\sigma_x$ を完全にゼロにする厳密解を導いたわけではないので断言はできないが、応力図に示す程度の誤差範囲内では両側の弾性係数がともに有限でも境界線は|y|＞ a おいては直線上を保ち u＝0 となる。

【参考文献】

1） F．Erdogan ： Stress Distribution in Bonded Dissimilar Materials With Cracks, J．of Applied Mechanics, Transactions of the ASME 32, pp.403－410

2） G．C．Sih and J．R．Rice ： The Bending of Plates of Dissimilar Materials With Cracks, J． of Applied Mechanics, Transactions of the ASME 31, pp. 477－482

3） 段 樹金・児嶋弘行・中川建治 ： 亀裂先端部分で有限な応力集中を与える応力関数，土木学会論文報告集，第374号，I－6，1986