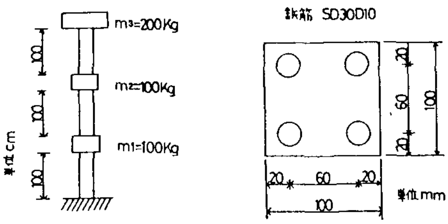
非線形振動の等価線形化における固有ベクトル

名古屋大学　工学部　学生会員　○水　野　卓　哉
名古屋大学　大学院　学生会員　　伊　沢　二　朗
名古屋大学　工学部　正　会員　　田　辺　忠　顕

1　はじめに

近年　大型の重要施設がＲＣ構造物として作製され趨勢にあるが、その耐震設計は動的な応答解析に基づいて行なわれる場合が多い。応答を求めるにあたっては、ＲＣ構造物の部材の断面寸法、配筋等からＭ、Ｃ、Ｋの各振動係数マトリックスを導き、適当な履歴法則を仮定して行うのが、通常となっている。しかし構造物が複雑な場合には、構造物各点での振動応答を十分に精度よく推定することは、未だに困難と思われる。これはＭ、Ｃ、Ｋマトリックスやそれらの履歴法則の仮定の誤差に起因する。

著者らは、以下に述べる固有ベクトル同定手法を用いて、実験からＭ、Ｃ、Ｋマトリックスを同定し部材断面から得られる各マトリックスとの対比を行なうことによって、より精度よい振動モデルの構築を研究してきた。本研究では、同定理論そのものの有効性を数値モデルを用いて検証してみる。



図－１　数値モデル図

2　固有ベクトルの同定理論

一般の粘性振動方程式から定常正弦起振の場合の解として以下の式が得られる。

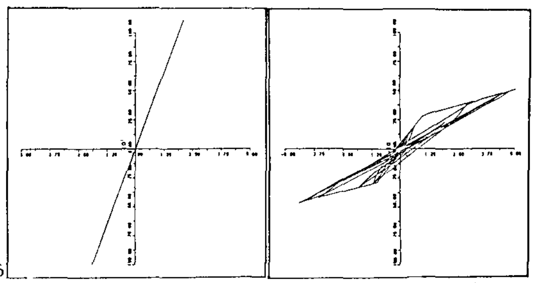
ｆ＝Ｆｅｘｐ（ｉｗｔ）　－（１）　（ｆ；入力外力）

ｘ＝Ｘｅｘｐ（ｉｗｔ）　－（２）　（ｘ；応答変位）

$$\left\{\tilde{X}\right\}=\sum_{r=1}^{N}\left(\frac{\{U_r\}\{F\}\{U_r\}(-w^2)}{a_r(iw-p_r)}+\frac{\{\bar{U}_r\}\{F\}\{\bar{U}_r\}(-w^2)}{\bar{a}_r(iw-\bar{p}_r)}\right)$$

$$=\sum_{r=1}^{N}\left(\frac{\{V_r\}(-w^2)}{iw-p_r}+\frac{\{\bar{V}_r\}(-w^2)}{iw-\bar{p}_r}\right)\quad -(3)$$

ここに、ｗは起振円振動数、P_r, $\bar{P}_r$は複素固有値、U_r, $\bar{U}_r$は複素固有ベクトル、a_r, $\bar{a}_r$はスカラー量である。V_r, $\bar{V}_r$は応答解を回帰曲線とし、定常正弦起振に対する系の複素応答値との差を誤差とし、各観測点個別に最小二乗法を適用し決定する。計算の結果V_rが決定される。a_r＝１となるようにU_rを決定することにより、Ｊ個の測点におけるＮ次までの複素固有ベクトルが決まる。

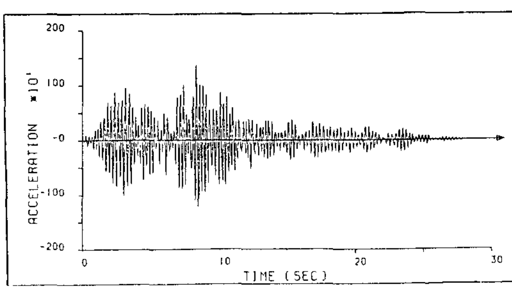


（ａ）　線形モデル　　　（ｂ）　非線形モデル

図－２　荷重・変位履歴ループ図

3　数値モデルとデータの変換

仮定した数値モデルとして、図１に示すように、長さ３ｍ、幅１０cmの正方形断面を有するコンクリート



（ａ）　線形モデル

図－３　応答加速度図

柱にマスがそれぞれ１００kg、１００kg、２００kg付加されているものを考える。このモデルに対してランダム波を入力させ、その応答波形を平均加速度法によって求める。その応答波形から、数値モデルの固有ベクトルが正しく同定できるか否かをみる。

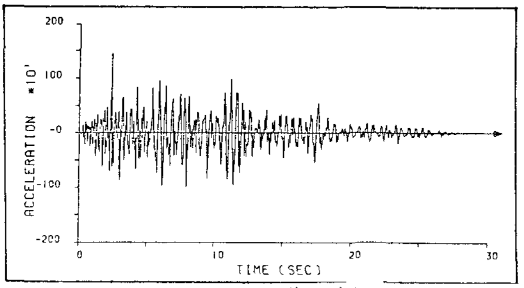
4　理論値と同定結果との比較

最大１００gal 程度を入力地震波としたときの線形及び非線形の荷重変位履歴ループを図２に示す。その時の応答加速度を図３に示す。応答加速度フーリエ変換したものが図４に示してある。この図より、固有振動数を求めて前述の式を用いて固有ベクトルを同定したものが表１に載せてある。また同定した１次モードについては、図６にグラフで示した。これに対応する理論値のモード図を図５に示してある。

この結果、図６を見てもわかるように、１次モード図において、線形では、直線上にあり、各質点の絶対値の比率も、数値モデルの理論値にほぼ等しい。非線形モデルに対しては、同定された１次の固有ベクトルは同一直線上にないが、これは当然である。一方、２次３次モードについては、表１にあるように線形応答であっても、その固有ベクトルは同一直線上にない。この他、固有振動数の選択の影響として、１次固有振動数の変化は２次３次モードに対して大きな変化を与えるが、２次３次固有振動数の変化は１次モードに対しての影響は小さいことがわかった。これらは図４に示されるように、２次３次の応答スペクトルが小さく、有用な情報を与えないことが理由と考えられるが、なお検討を要する問題点である。

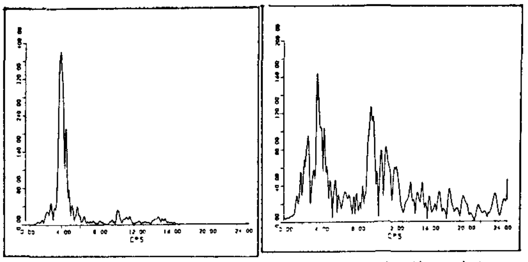
5　応答波形の再現性

最後に、同定された固有モードを用いて、線形モデルの応答加速度を再現したものが図７に示してある。図３と比較してみると、かなりの精度で再現性が可能である。このことから、同定理論について低次モードについては、その有効性は確認できたと考えられるが高次の振動モードについては、なお、検討の余地が有るようである。



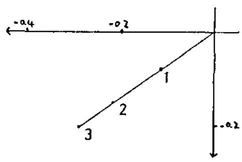
（b）　非線形モデル

図－３　　応答加速度図



（a）　線形モデル　　（b）　非線形モデル

図－４　　フーリエスペクトル図



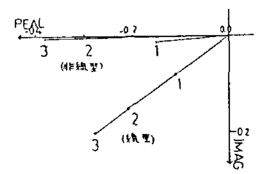


図５　理論一次モード　　図６　同定した一次モード

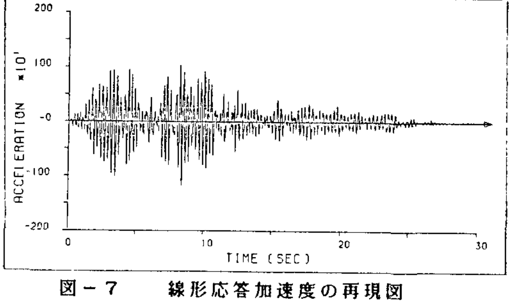
表－１　　同定した固有モード

（a）　線形モデル

	1次		2次		3次	
固有振動数	391		102		188	
	REAL	IMAG	REAL	IMAG	REAL	IMAG
1 質点	-011	-0.081	-0.091	-0.060	-0.0005	-0.048
2 質点	-0.21	-015	-0.050	-0.0034	-0.055	-0.0028
3 質点	-0.28	-0.20	-0.063	-0.15	-0.040	-0.028

（b）　非線形モデル

	1次		2次		3次	
固有振動数	376		101		185	
	REAL	IMAG	REAL	IMAG	REAL	IMAG
1 質点	-015	-0013	-017	0073	-0.29	0.095
2 質点	-0.29	-00015	-0.23	-0017	-011	-0035
3 質点	-038	-00054	-0094	-011	00071	-0012



図－７　　線形応答加速度の再現図