

追従制御に関する基礎的考察

信州大学工学部 正会員 興谷 巖

1. まえがき

通信システムの技術は今や日進月歩の感があるが、こうした技術進歩は自動車交通についても無縁ではない。すなわち、自動車に搭載された送受信装置(車載機)と路側に設置される送受信装置(路上機)等の通信手段が整備されれば、自動車相互間の情報伝達あるいは管制センターと個々の自動車の情報伝達が可能となり、現時点ではおぼろげな実現性があるとは考えられないようなきめ細かい高度の交通制御ができるようになることが予想される。因みに、昭和53年に終了した通産省の自動車総合管制技術のパイロットシステムでは、東京都西南部約30kmの地域において、経路誘導、緊急情報伝達方式等に関し、本格的な実験が行われているし、欧米でも類似の実験が開始されている。

こうした観点に立ち、本稿ではとくに高速道路における交通流を想定して、ある交通ならびに道路条件下において、危険性あるいは道路利用の非効率性が予想される場合、それを未然に防止ないしは緩和するために、自動車の追従運動を一定の論理のもとに自動的に制御することを考え、そのための基礎的理論構成を図る。

2. 追従理論

現在提案されている最も一般的追従理論は次式のようなものである。すなわち

$$\dot{x}_{n+1}(t) = \lambda \{ \dot{x}_n(t-T) - \dot{x}_{n+1}(t-T) \} \quad (1)$$

ここに、 $x_n(t)$ は時刻 t における n 番目の車の位置を表わしており、ドットは微分を表わしている。また、 λ は感度係数、 T は反応時間を示している。 λ にフットは、それを速度や車頭間隔の関数として表わす方法もあるが、ここではある一定レベルの交通流れを前提とすることから、それを定数と考える。式(1)は $\dot{x}_{n+1}(t)$ なる加速度が右边によって一義的に決定されるという決定論的関係を示すが、実際には個々の車の性能あるいは運転者の特性により、値は分布あると考えるのが妥当であろう。さらに、追従制御を行うものとすれば、式(1)の右边に操作量に対応する変量を加えなければならぬ。したがって、われわれは追従挙動を表わす方程式として、次のような式を再構成する。

$$\dot{x}_{n+1}(t) = \lambda \{ \dot{x}_n(t-T) - \dot{x}_{n+1}(t-T) \} + u_{n+1}(t) + v_{n+1}(t) \quad (2)$$

ここに、 $u_{n+1}(t)$:($n+1$)番目の車に対する加速度の操作量、 $v_{n+1}(t)$:ノイズ

以下では、式(2)で与えられたような追従方程式を基礎として、制御方法について理論的な考察を行うてゆくものとする。

3. 制御理論の構成

制御対象となる一連の車を1, 2, ..., N としたとき、われわれはまず次のような変数を定義する。

$$x_{N+n}(t) = x_n(t) \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (3)$$

式(2)における反応時間は微少で無視しうるものとし、式(3)の関係を用いて書き直すと

$$\dot{x}_{N+n+1}(t) = \lambda x_{N+n}(t) - \lambda x_{N+n+1}(t) + u_{n+1}(t) + v_{n+1}(t) \quad (n = 1, 2, \dots, N-1) \quad (4)$$

となる。

式(3)と式(4)で与えられる関係式をまとめて書くと

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) + v(t) \quad (5)$$

となる。ここに、

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ 0 & 0 & \ddots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \lambda \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ 1 & 0 & \ddots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ 0 & 0 & \ddots & 1 \end{bmatrix}$$

$$u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t))^T$$

$$v(t) = (0, 0, \dots, 0, v_1(t), v_2(t), \dots, v_m(t))^T$$

$$x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_{2N}(t))^T$$

である。 $x(t)$ は車の位置および速度から成るベクトルであるが、通信システムを模用したその観測には誤差が伴うであろう。したがって、われわれは次のような観測方程式を設定する。

$$y(t) = x(t) + w(t) \quad (6)$$

ここに、 $y(t)$ および $w(t)$ は $2N$ 次元の観測量ベクトルとノイズベクトルである。

対象とある N 台の車の追従運動を1つのシステムとみなしたとき、式(5)はそのシステムの状態を表現するシステム方程式、式(6)はそのシステムの観測方程式を構成する。このようなシステムに対し、ここでは交通流の安定化をねらった次のような制御を考える。すなわち、目的関数を $J(u)$ とし、制御対象時間を (t_0, t_f) としたとき

$$J(u) = \frac{1}{2} E \left\{ \int_{t_0}^{t_f} \left\{ (y(t) - d(t))^T M(t) (y(t) - d(t)) + u(t)^T N(t) u(t) \right\} dt \right\} \quad (7)$$

を最小にする制御を最適制御と考えるのである。ここに、 $d(t)$ は時刻 t における $x(t)$ の目標値であり、 $M(t)$ 、 $N(t)$ はパラメータ行列である。 $M(t)$ 、 $N(t)$ は一種のウェイトと考えればよく、とくに $N(t)$ は操作変数 $u(t)$ にかかる制約を満たすために人為的に操作される係数行列と解される。特別に不都合がなければ $M(t)$ 、 $N(t)$ はともに単位行列と置けばよいことに依りては言をまけない。すなわち、式(7)の被積分関数の第1項は $x(t)$ を目標値に近づける作用をもち、第2項は操作量をできるだけ小さくするという作用をもっている。

さて、対象とあるシステムの観測方程式にはノイズが入っており、 $x(t)$ の完全な把握ができないことから、最適フィルタによってこれを推定し、その推定値に基づいて $u(t)$ を決定することを考える。いま、 $x(t)$ の最適推定値を $\hat{x}(t)$ とすると、カルマンフィルタ理論から

$$\dot{\hat{x}}(t) = A \hat{x}(t) + B u(t) + P(t) C^T(t) R^{-1}(t) (y(t) - C(t) \hat{x}(t)) \quad (8)$$

となる。ここに、 $P(t)$ は推定誤差の分散共分散行列、 $R(t)$ は $w(t)$ の分散共分散行列である。いま、 $x(t) - \hat{x}(t) = \varepsilon(t)$ とくと、目的関数は

$$J(u) = \frac{1}{2} E \left\{ \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \varepsilon(t)^T C^T(t) M(t) C(t) \varepsilon(t) + u(t)^T N(t) u(t) \right\} dt \right\} + g(\varepsilon(t), w(t)) \quad (9)$$

となり、 $y(t) - C(t) \hat{x}(t)$ が白色雑音であることから、 $u(t)$ の最適解 $u^*(t)$ は $\hat{x}(t)$ に関する完全観測システムに対する最適解と同一となり、

$$u^*(t) = -N^{-1}(t) B^T(t) \{ K(t) \hat{x}(t) + L(t) \} \quad (10)$$

のように与えられる。上式の $K(t)$ 、 $L(t)$ はリカッチの行列微分方程式の解である。

4. おおむね 解が解析的に与えられるので、車の台数が多くてもオンラインでの求解ができる。