IV—14

土地利用の均衡解について

信州大学工学部　正員　奥谷 巌
信州大学工学部　学生員 ○若林 斜

1. まえがき

我々は、各ゾーンにおける属性が既知であるものとして、立地量と地価に関する土地利用均衡問題を考え、地価に依存するゾーンごとの立地需要関数を組み入れた変分不等式問題として均衡分析を行なってきた。[1] 一般に、対象地域全体での立地主体ごとの需要関数を導入することは容易ではないので、今回は、将来の立地予測に基づくアクティビティーの固定需要を含んだ均衡問題について、地価を土地利用状態に依存する関数と考え、都市における空間構造と地価構造に関する均衡問題を定式化し、若干の考察を行なう。

2. 土地利用均衡問題の定式化[2]

ここでは、静力学的な土地利用問題を取り扱うために外部インパクトの非存在を前提とし、都市内の各アクティビティーがそれぞれの効用を最大にするように立地するものと仮定して、土地利用の均衡状態を次のように定義する。

$\left\{\right.$ 都市内の各アクティビティーにおいて、あるアクティビティーが実際に立地するゾーンでの純効用は皆等しく、立地しないゾーンでのそのアクティビティーの純効用よりも大きい　(A)

ただし、純効用は都市の土地利用状態 x に関して次のように定義するものとする。

$$V_p^i(x) = U_p^i(x) - G_p(x) \tag{1}$$

ここで、i：都市内のアクティビティーを示す添字（$i = 1, 2, \cdots\cdots, i, \cdots\cdots, n$）

p：ゾーンを示す添字（$p = 1, 2, \cdots\cdots, p, \cdots\cdots, m$）

x_p^i：ゾーン p におけるアクティビティー i の立地量

$x^i = (x_1^i, x_2^i, \cdots\cdots, x_p^i, \cdots\cdots, x_m^i)$ ， $x = (x^1, x^2, \cdots\cdots, x^i, \cdots\cdots, x^n)$

U_p^i：ゾーン p におけるアクティビティー i の効用関数

G_p^i：ゾーン p における地価関数

V_p^i：ゾーン p におけるアクティビティー i の純効用関数

$V = (V_1^1, V_2^1, \cdots\cdots, V_p^i, \cdots\cdots, V_{m-1}^n, V_m^n)$

純効用関数 V は、$x \in S$ を変数とする関数で、集合 S は、各アクティビティーのゾーンに対する容量制約を満たす立地量を表わす。定義(A)より、均衡状態 $\hat{x}$ は、すべてのゾーンにおける各アクティビティーに対して、次の条件式を満足する。

$$V_p^i(\hat{x}) > V_q^i(\hat{x}) \quad ならば \quad \hat{x}_q^i = 0 \tag{2}$$

また、あるゾーンにおける一つのアクティビティーの立地挙動は、均衡状態の定義 (A) から次のように考えられる。

$\left\{\right.$ アクティビティーは、現在の立地状態におけるゾーンの純効用に基づいて、都市全体の純効用を高めるようにのみ立地ゾーンを変える。　(B)

これより、均衡状態$\hat{x}$における純効用が固定されているとすると、$\hat{x}$は式(2)より最も純効用の高いゾーンに立地しているから、いかなる立地変化に対しても都市全体の純効用を高めることは出来ない。それ故、すべての$x \in D$に対して、都市全体の純効用は、

$$\mathbb{V}(\hat{x}) \cdot \hat{x} \geq \mathbb{V}(\hat{x}) \cdot x \tag{3}$$

となる。集合Dは、都市全体におけるアクティビティーiの需要量$d^i = \sum_{p=1}^{m} x_p^i$を満足する立地量を表わしている。また、式(3)は、

$$\mathbb{V}(\hat{x}) \cdot (x - \hat{x}) \leq 0 \tag{4}$$

と変形され、$\hat{x}$で純効用$\mathbb{V}(\hat{x})$がDに直交していることを示している。

3．固定需要均衡問題に関する若干の考察

純効用関数$\mathbb{V}$はSにおいて定義されるベクトル関数であるから、各々の$x \in S$における純効用$\mathbb{V}$の方向が与えられる。ここで、各々の$x + \mathbb{V}(x) \in S$から$x + \mathbb{V}(x)$に最も近いDの点$P(x + \mathbb{V}(x))$への写像をΓとすると、Dは有界な閉凸集合であるから写像Γは唯一に定義される。各々の$x \in D \cap S$に対して、写像$\Gamma : D \cap S \longrightarrow D$は、

$$\Gamma x = P(x + \mathbb{V}(x)) \tag{5}$$

となる。もし、$\Gamma \hat{x} = \hat{x}$であるならば、$\hat{x}$は均衡状態である。何故なら、写像Γの定義より$\mathbb{V}(\hat{x})$は$\hat{x}$でDに直交している。

均衡解の存在性は、Brouwer の不動点定理より以下のように証明される。$\mathbb{U}$と$\mathbb{G}$は連続関数であるから$\mathbb{V}$は連続関数で、Dは有界な閉凸集合である。ここで、$D \subseteq S$とすると、写像ΓはDからそれ自身への連続写像となる。よって、不動点定理より均衡解$\hat{x}$が存在する。しかし、$\mathbb{U}$, $\mathbb{G}$は一般的に増加関数であり、式(1)で示された純効用関数$\mathbb{V}$は単調な関数とは言えず、均衡状態は唯一ではない。このことは、都市の発展方向がその都市の初期状態に大きく左右されることを示している。

計算アルゴリズムは、Smith の提案した方法を用いる[3]。目的関数は次式で表わされる。

$$\theta(x) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{p=1}^{m} \phi^2(\mathbb{V}(x) \cdot (y_p^i - x)) \tag{6}$$

ただし、$\phi(t) = \max\{0, t\}$, $y_p^i = (x^1, x^2, \cdots\cdots, x^{i-1}, z_p^i, x^{i+1}, \cdots\cdots, x^n)$, $z_p^i = (0, 0, \cdots\cdots, 0, d^i, 0, \cdots\cdots 0)$ である。もし、xが均衡状態であるならば、$\theta(x) = 0$となる。これは、式(4)を満足している。しかし、$\mathbb{V}$の単調性が言えないので、アルゴリズムの収束性は判断出来ない。

4．あとがき

本論文では、アクティビティーに関する固定需要を含んだ土地利用均衡問題について考えてきたが、純効用関数の性質については、単調性などの仮定をしてある程度一般性を緩める必要があるかもしれない。また、計算アルゴリズムについても、関数の性質を考慮に入れた手法をさらに開発していく必要がある。

《参考文献》

1) 奥谷，若林；土木学会中部支部研究発表会講演概要集（S.60） P.P 242 ～ 243

2) Smith M.J. (1979) The existence, uniqueness and stability of traffic equilibria. Trans. Res. 13B, 295 - 304

3) Smith M.J. (1983) The existence and calculation of traffic equilibria. Trans. Res. 17B 291 - 303