修正ローリーモデルによる人口の地域分布予測について

岐阜大学工学部　正会員　宮城俊彦
岐阜大学大学院　学生員○中嶋良樹
岐阜大学工学部　学生員　坪内恭史

1．はじめに

本研究の目的は、ローリーモデルの問題点のうち[1]モデルに個人の行動論的背景が考慮されていないこと、世帯の居住地選択におけるサービス施設の利用という点からみた立地点の魅力度が考慮されていないことの2点を取り上げ、その改良を行なうことである。そこで、ランダム効用理論に基づいて定式化された余剰最大化問題[2]をモデルに組み込み、岐阜県のデータを適用することによってその妥当性を検討する。

2．ローリーモデルの構造

ローリーモデルの持つ空間相互作用の概念は次のような単純な式に集約される。

$$\hat{T}_{ij} = E_j p_{ij} \quad 、\sum_i p_{ij} = 1 \tag{1}$$

$$\hat{S}_{ij} = \sigma P_i q_{ij} \quad 、\sum_j q_{ij} = 1 \tag{2}$$

$$E_j^s = \sum_i \hat{S}_{ij} \quad 、E_j = E_j^b + E_j^s = \sum_j \hat{T}_{ij} \tag{3}$$

$$P_i = \alpha \sum_j \hat{T}_{ij} \quad 、\sigma P_i = \sum_j \hat{S}_{ij} \tag{4}$$

E_j^s：サービス部門従業者数　、　P_i：居住人口
E_j：総従業者数　、　E_j^b：基礎的産業部門従業者数
$\hat{T}_{ij}$：ゾーンjで雇用され、ゾーンiに居住する就業者数
$\hat{S}_{ij}$：ゾーンiのサービス需要に対応するゾーンjのサービス供給量
p_{ij}：ゾーンjで雇用される人がゾーンiに立地する確率
q_{ij}：ゾーンiに居住する人が、ゾーンjでサービスを需要する確立
σ：単位人口当たりのサービス需要量、α：就業率

$\{\hat{T}_{ij}, \hat{S}_{ij}\}$は、トリップ生成原単位$\eta$及び$\rho$を用いて、次のようなトリップ変数$\{T_{ij}, S_{ij}\}$に変換できる。

$$\text{通勤トリップ}\quad : T_{ij} = \eta \hat{T}_{ij} \tag{5}$$

$$\text{サービストリップ} : S_{ij} = \rho \hat{S}_{ij} \tag{6}$$

ここで式(3)～(6)をまとめると次のような関係式が成立する。

$$\sum_j T_{ij} - \lambda_1 \sum_j S_{ij} = 0 \quad 、\lambda_1 = \eta / \rho \alpha \sigma \tag{7}$$

$$\sum_i S_{ij} - \lambda_2 \sum_i S_{ij} = 0 \quad 、\lambda_2 = \eta / \rho \tag{8}$$

このようにトリップ変数に変換することによって、交通の概念をより明確にモデルに反映させることができる。

3．余剰最大化問題としての立地選択モデル

いま、ある人のゾーンiに居住しゾーンjで雇用されることに関する効用$U^r(i,j)$を次のように定義する。

$$U^r(i,j) = u_i + \bar{u}_i^s / \lambda_1 - c_{ij}^w + \varepsilon_{ij} \tag{9}$$

$$\bar{u}_i^s = \frac{1}{\beta^s} \ln \sum_k \exp\left[\beta^s (u_k^s - c_{ik}^s)\right] \tag{10}$$

ここで、u_iはゾーンi固有の属性、$\bar{u}_i^s$はゾーンiに立地する人がサービス施設を利用することに関する余剰の期待値、u_k^sはゾーンkでサービスを需要することに関する効用、c_{ij}^w、c_{ik}^sは、通勤及びサービス施設の利用に関する交通費用、β^sはパラメータ、ε_{ij}は誤差項を示す。

このとき、ゾーンjで雇用される人が、交通費用を差し引いてもゾーンiに立地することが得だと考える余剰の期待値は次式で与えられる。

$$I_j = \frac{1}{\beta^w} \ln \sum_i \exp\left[\beta^w (u_i^r + \bar{u}_i^s / \lambda_1 - c_{ij}^w)\right] \tag{11}$$

ここで、β^wはパラメータである。I_jは、サービス施設の利用という点を考慮した上で、最適な居住地を選択するための指標となるゾーンjの魅力度を与えている。従って、地域全体としての余剰は次のようになる。

$$GS = \eta \sum_j E_j I_j \tag{12}$$

さらに、立地余剰関数GSは、共役性理論より次のような余剰最大化問題[P1]に定式化されることが明らかにされている[2]。

[P1]

$$GS = \max_{T,S} . -\frac{1}{\beta^w} \sum_i \sum_j T_{ij} \left(\ln \frac{1}{W_i^r} - 1\right) - \sum_i \sum_j T_{ij} c_{ij}^w$$
$$-\frac{1}{\beta^s} \sum_i \sum_j S_{ij} \left(\ln \frac{1}{W_j^s} - 1\right) - \sum_i \sum_j S_{ij} c_{ij}^s$$

制約条件：式(7)、(8)

W_i^r、W_j^s：居住地、サービス目的地に関する魅力度の重み

[P1]は、ゾーンの数をn個とすると、変数が$2n^2$個、制約式は2n個あり、解法上効率が悪い。そこで、共役性理論により、[P1]を制約無しの双対問題とすることによって、有効に解く方法を考える。

F(T,S)を零関数とすると、[P1]は次のように表現できる。

$$\sup . \left[GS(T,S) - F(T,S) \right] \tag{13}$$

このとき、共役関数を用いると、フェンシェルの定理より、式(13)は次のような最小化問題と等価になる。

$$\min_{T^*,S^*} \left\{ F^*(T^*,S^*) - GS^*(T^*,S^*) \right\} \tag{14}$$

ここで、＊はそれぞれの共役であることを意味する。まず、F(T ,S)の共役関数は次式で与えられる。

$$F^*(T^*,S^*) = \sup . \left[<T_{ij}, T^*_{ij}> + <S_{ij}, S^*_{ij}> - F(T,S) \right] \tag{15}$$

さらに共役変数を

$T^*_{ij} = \nu_i + \gamma_j$、$S^*_{ij} = -\lambda_1 \nu_i - \lambda_2 \gamma_j$

とおくと$F^*(T^*,S^*)$の共役関数は、制約条件(7)、(8)を考慮して

$$F^*(T^*,S^*) = F^*(\nu_i, \gamma_j) = \eta \sum_j \gamma_j E^b_j \tag{16}$$

となる。次に、G Sの共役関数は、次式で与えられる。

$$GS^* = \inf . \left[<T_{ij}, T^*_{ij}> + <S_{ij}, S^*_{ij}> - GS(T,S) \right]$$

$$= \min_{T^*,S^*} . \left\{ -\frac{1}{\beta^w} \sum_i \sum_j T_{ij} - \frac{1}{\beta^s} \sum_i \sum_j S_{ij} \right\} \tag{17}$$

従って、式(14)より、［P 1］の双対問題［P 1′］が得られる。

［P 1′］

$$\min_{\nu,\gamma} . \left\{ \eta \sum_j \gamma_j E^b_j + \frac{1}{\beta^w} \sum_i \sum_j T_{ij} + \frac{1}{\beta^s} \sum_i \sum_j S_{ij} \right\}$$

ここに、$\{T_{ij}, S_{ij}\}$は［P 1］の最適解であり、次式で与えられる。

$$T_{ij} = W_i \exp \left[-\beta^w (\nu_i + \gamma_j + c^w_{ij}) \right] \tag{18}$$

$$S_{ij} = W^s_j \exp \left[\beta^s (\lambda_1 \nu_i + \lambda_2 \gamma_j - c^s_{ij}) \right] \tag{19}$$

［P 1′］は、制約無しの最適化問題でありニュートン・ラプソン法などにより解くことができる。従って、$\{T_{ij}, S_{ij}\}$を求めるためには、まず、$\{\nu_i, \gamma_j\}$の初期値を与えて、式(18)、(19)により、パラメータβ^w、β^sの最尤推定値を求める。次に、そのβ^w、β^sの値を用いて、［P 1′］を解き$\{\nu_i, \gamma_j\}$を求める。さらに、その$\{\nu_i, \gamma_j\}$によりβ^w、β^sの最尤推定を行う。このような手順を繰り返すことによって$\{T_{ij}, S_{ij}\}$が得られる。

4 適用結果

対象地域は、岐阜県の西濃、中濃地域とし、12のゾーンに分割した。そして、住宅に関する魅力度W^r_iには単位人口当たりの商店数を、また、サービス施設に関する魅力度W^s_jには、各ゾーンの昼間人口の全昼間人口に対する割合を用いた。基礎的産業部門従業者数E は、第1次、第2次産業従業者数とした。これらのデータは、昭和59年度中京都市圏パーソントリップ調査資料集より集計したものである。また、各パラメータの値は、$\eta = 1$、$\rho = 1.4607$、$\lambda_1 = 1.3746$、$\lambda_2 = 0.6846$、$\sigma = 0.2471$、$\alpha = 0.4961$である。

適用結果のうち、サービス部門従業者数E^s_j、総従業者数E_j、居住人口P_iの計算値及び実測値を表－1に示す。また、表－2は、それぞれの相関係数と不一致係数の値であり、ほぼ良好な結果が得られた。従って、余剰を最大にするような空間相互パターンを求めることによりかなり現実を表現することができるといえる。

5. まとめ

本研究で対象としたモデルは、マクロレベルでの余剰の最大化を通して、ミクロレベルで発生する経済活動の変化をモデルに反映させたものである。しかし、このモデルでは活動の立地は、住宅の供給条件に影響され易いのに対し、供給は需要を満足すると仮定しているため、ある限られた状況での活動しか表現できない。従って、今後は、地価などの供給条件を取り入れ、需要と供給の相互作用を考慮することが必要である。

表－1　計算結果と実測値

	計算値			実測値		
ゾーン	E^s_j	E_j	P_i	E^s_j	E_j	P_i
1	112373	197388	426665	141765	226780	426228
2	15943	31604	69050	13629	29290	58613
3	50198	107129	203193	47552	104483	208300
4	11651	27382	53218	8275	24006	56975
5	14747	34041	59734	9860	29154	77154
6	24039	54655	111652	18183	48799	129408
7	24183	50395	97700	19082	45294	114752
8	15631	33902	62251	11625	29896	59192
9	6817	16719	35147	5328	15230	33429
10	13279	26378	57551	12661	25760	55421
11	12374	26835	42381	8195	22656	61614
12	22481	43912	92054	23716	45147	87812
合 計	323716	650340	1310596	319871	646495	1368898

表－2　相関係数と不一致係数の値

	E^s_j	E_j	P_i
相関係数	0.994	0.997	0.996
不一致係数	0.032	0.061	0.010

【参考文献】

1)Wilson,A.G.et al. (1981) Optimization in Location and Transportation Analysis., Jhon Wiley & Sons. , pp85－110

2)宮城、渡辺、加藤(1983),「土地利用－交通統合モデル化への確率選択理論の応用」, 第18回日本都市計画学会学術研究発表会論文集 , pp247－252