

力学量 t_{ij} を用いた粘土の弾・粘塑性構成モデル

名古屋工業大学 正員 中井 照夫

学生員 〇都築 顕司

現在までに、中間主応力の影響や、ひずみ増分方向の応力経路依存性を考慮した粘土の弾塑性構成式 (t_{ij} -clay model) を提案している。本報告では、関口による非定常流動曲面型の粘塑性理論を導入することにより、従来の t_{ij} -clay 弾塑性構成式の特徴を生かし、かつ時間効果特性の表現も可能な弾・粘塑性構成モデルの誘導を試みる。

1. 力学量 t_{ij} を用いた弾・粘塑性モデルの概要

一般に粘土の応力-ひずみ関係を記述するには、①変形、強度特性におよぼす中間主応力の影響、②変形特性におよぼす応力経路の影響、③時間効果特性、④過圧密等の応力履歴の影響、などを考慮する必要がある。本モデルでは、力学量 t_{ij} を用いることにより①の性質を、また粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$ を関連流動則成分 $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp(AF)}$ と等方圧縮成分 $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp(IC)}$ に分離することにより②の性質を、関口による粘塑性理論を使うことにより③の性質を表現する。

まず力学量 t_{ij} は (1) 式で与えられる対称テンソルであり、 σ_{kj} は応力テンソルを、 a_{ik} は空間滑動面 (SMP) の方向余弦 a_i ($i=1, 2, 3$) (応力の 2 次、3 次の不変量 J_2, J_3 を用いて (2) 式で与えられる。) を主値とするテンソルを表わす。

$$t_{ij} = a_{ik} \cdot \sigma_{kj} \quad (1)$$

$$a_i = \sqrt{J_3 / (\sigma_i \cdot J_2)} \quad (i=1, 2, 3) \quad (2)$$

また、 t_{ij} -clay model の応力パラメータ (t_N, t_S) は、 t_1 の主値を用い次式で与えられ、SMP 上の垂直応力 σ_{SMP} 、せん断応力 τ_{SMP} と一致する。

$$t_N = t_1 a_1 + t_2 a_2 + t_3 a_3 \equiv \sigma_{SMP} \quad (3)$$

$$t_S = \sqrt{(t_1 a_2 - t_2 a_1)^2 + (t_2 a_3 - t_3 a_2)^2 + (t_3 a_1 - t_1 a_3)^2} \equiv \tau_{SMP} \quad (4)$$

関口は Cam-clay model⁵⁾ あるいは、太田モデル⁶⁾ に非定常流動曲面を有する粘塑性理論を適用した形になる粘土弾・粘塑性構成モデルを提案しているが、ここでは t_{ij} -clay model に関口の粘塑性理論を適用することにより、 t_{ij} -clay model を時間効果を含む一般的な構成モデルに拡張する。粘土の体積ひずみ ϵ_v が弾性成分 ϵ_v^e 、塑性成分 ϵ_v^p 、および粘性成分 ϵ_v^v の和で表わされると考え、各成分を次式で与える。

$$\epsilon_v^e = \frac{\kappa}{1 + e_0} \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) \quad (5)$$

$$\epsilon_v^p = f = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \left[\ln \frac{t_N}{t_{NO}} - \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln |1 - (1 - \alpha) \frac{X}{M^*}| \right] \quad (6)$$

$$\epsilon_v^v = C_e \ln \left(\frac{\dot{\epsilon}_v}{\dot{\epsilon}_v^0} \right) \quad (7)$$

ここに ϵ_v^e は膨潤指数 κ を用いた弾性式で、 ϵ_v^p は、弾塑性 t_{ij} -clay model の降伏関数で、 ϵ_v^v は 2 次圧縮指数 C_e を用いて表わされている。また (6) 式において

$$X \equiv t_S / t_N, \quad M^* = X_f + \alpha Y_f \quad (\alpha; \text{土質パラメータ})$$

であり、 X_f, Y_f は三軸圧縮条件の破壊時の有効応力比 $R_f \equiv (\sigma_1 / \sigma_3)_f (\text{comp.})$ を用いて次式で表わされる。

$$X_f = \frac{\sqrt{2}}{3} (\sqrt{R_f} - 1 / \sqrt{R_f}) \quad (8) \quad Y_f = \frac{1 - \sqrt{R_f}}{\sqrt{2} (\sqrt{R_f} + 1/2)} \quad (9)$$

ここで、非弾性体積ひずみ ($\epsilon_v^p + \epsilon_v^v$) を弾・粘塑性モデルの硬化パラメータと考え、その粘塑性ポテンシャル (降伏関数) を求めると、関口モデル同様 (10) 式が得られる。

$$F = C_e \ln \left\{ \frac{\dot{\epsilon}_v \cdot t}{C_e} \exp \left(\frac{f}{C_e} \right) + 1 \right\} = \epsilon_v^{vp} \quad (10)$$

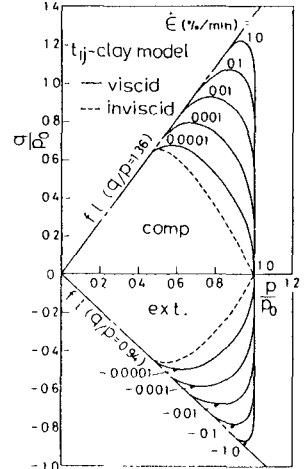
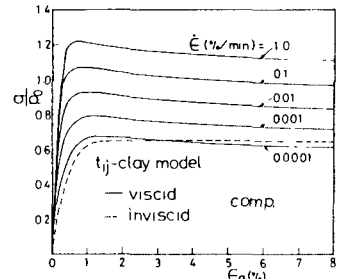
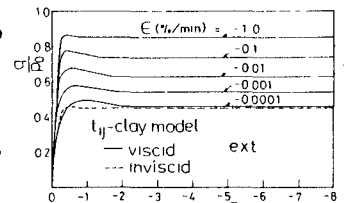
そして弾塑性 t_{ij} -clay model 同様、非弾性ひずみ速度は t_{ij} 空間で関連流動則を満足する成分 $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp(AF)}$ と等方的な圧縮成分 $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp(IC)}$ に分離できると考えれば全ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}$ は

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^{vp(AF)} + \dot{\epsilon}_{ij}^{vp(IC)} \quad (11)$$

で表わされ、各成分は次式で表わされる。

$\lambda / (1 + e_0)$	5.08×10^{-2}
$\kappa / (1 + e_0)$	1.12×10^{-2}
$\phi^* (\text{comp})$	33.7°
α	0.7
V_e	0.0
C_e	0.0035
$\dot{\epsilon}_v^0 (\%/ \text{min})$	1.0×10^{-5}

表-1 土質パラメータ

図-1 有効応力経路の解析値 (t_{ij} -clay model: 三軸圧縮・伸張)図-2 せん断応力-主ひずみ関係 (t_{ij} -clay model: 三軸圧縮)図-3 せん断応力-主ひずみ関係 (t_{ij} -clay model: 三軸伸張)

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{1 + v_e}{E_e} \dot{\sigma}_{ij} - \frac{v_e}{E_e} \dot{\sigma}_{\alpha\alpha} \delta_{ij} \quad (12)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp(AE)} = \Lambda \frac{\partial F}{\partial t_{ij}} \quad (13)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp(IC)} = \frac{\dot{\sigma}_{ij}}{3} K < \dot{t}_N^* > \quad (14)$$

なお、ここでの提案モデルにおいて、(6)式の弾塑性 t_{ij} -clay model の降伏関数を Cam-clay model または、太田モデルの降伏関数

$$f = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} + D \left(\frac{q}{p} - \frac{q_0}{p_0} \right) \quad (15)$$

におき(13)式の代りに、 $\dot{\sigma}_{ij}$ 空間に関連流動則 ($\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \Lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$) を仮定し、 $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp(IC)}$ を 0 にすれば、関口モデルに帰着する。

2. 解析結果

ここでは、ひずみ速度を変化させた非排水せん断試験の解析を行なう。なお、この場合、有効応力経路は、 $dt_N < 0$ となるため、 $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp(IC)}$ 成分((14)式)は 0 となる。表-1に本解析に用いた土質パラメータを示す。 λ , κ , ϕ , α , v_e は従来の弾塑性 t_{ij} -clay model と同じパラメータであり、 C_e は標準圧密試験から得られた二次圧縮指数、 ϵ_{vo}^* は初期基準体積ひずみ速度である。図-1は、非排水三軸圧縮、伸張試験の有効応力経路を、 $\dot{\epsilon} (= \frac{2}{3} (\dot{\epsilon}_a - \dot{\epsilon}_r))$ をパラメータとし、($q = \sigma_a - \sigma_r$, $p = (\sigma_a + 2\sigma_r)/3$) 空間で示したものである(図中の p_0 は圧密終了時の p を表す)。実線は本モデルの解析値を、破線は粘性を考慮しない従来の t_{ij} -clay model の解析値を示している。図-2,3は、応力-ひずみ関係を $q - \epsilon_a$ で整理したもので、図-2は圧縮試験を、図-3は伸張試験を表わしている。図-4,5は関口モデルで解析した(土質パラメータは提案モデルと共通)、有効応力経路、応力-ひずみ関係を表わしている。ここに Cam-clay model をベースとする、関口モデルでは、図-1-3に示す、圧縮、伸張の差異は表わせず、圧縮・伸張条件下で同じ結果になる。また、図-6,7はそれぞれ提案モデルを用いた、非排水平面ひずみ試験の有効応力経路($q = \sigma_1 - \sigma_3$, $(\sigma_1 + \sigma_3)/2$ 関係)、応力-ひずみ関係を、示している。

以上図-1-7より、関口モデルでは、ひずみ速度効果はよく表現されているものの、三軸圧縮、伸張の差異は表現できないことがわかる。一方、提案モデルでは、ひずみ速度の違いによる力学挙動の差異だけでなく、三軸圧縮、伸張、平面ひずみ等の応力条件の違いによる差異も、よく表現できている。

また、図-8に平面ひずみ試験中の中間主応力の変化を表わすために、 b 値($= (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)$)の変化の解析結果を示す。破壊時の b 値は、ほぼ 0.33 となり、報告されている多くの実測と良い対応を示している。

なお、ここでは、 t_{ij} -clay model に非定常流動曲面を有する関口の粘塑性理論を適用したが、両は、超過応力型の弾・粘塑性モデルに、力学量 t_{ij} を組み込むことにより、中間主応力の影響を考慮した別の形の弾・粘塑性構成モデルを誘導している。

謝辞 日頃御援助頂いている本学山内 利彦教授、御指導、御助言を頂いた松岡 元助教授に感謝致します。

参考文献

- 1) 中井、松岡、藤原、春木 (1984) : 第19回土質工学研究発表会 vol.1, pp.451-454.
- 2) 中井 (1984) : 第20回土質工学研究発表会 vol.1, pp.393-396.
- 3) 関口 (1977) : Proc. of 9th ICSNFE vol.1, pp.289-292.
- 4) 中井、三原 (1984) : Soils and Foundations vol.24, No.2, pp.82-94.
- 5) Schfield-Wroth (1968) : Critical State Soil Mechanics
- 6) 太田 (1971) : 京都大学博士論文
- 7) 足立、岡 (1982) : Soils and Foundations vol.22, No.4, pp.57-70.
- 8) 岡 (1986) : Proc. of NUMOG II

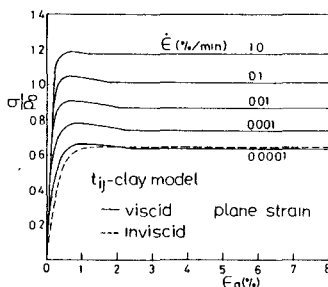


図-7 せん断応力-ひずみ関係 (t_{ij} -clay model: 平面ひずみ)

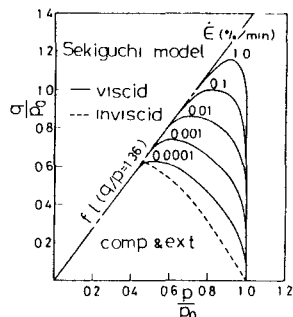


図-4 有効応力経路の解析値 (関口モデル: 三軸圧縮・伸張)

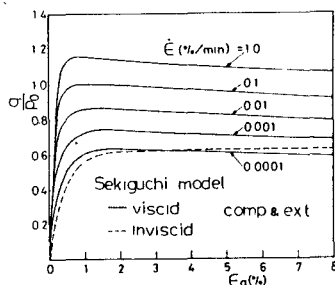


図-5 せん断応力-ひずみ関係 (関口モデル: 三軸圧縮・伸張)

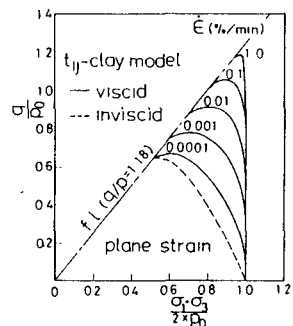


図-6 有効応力経路の解析値 (t_{ij} -clay model: 平面ひずみ)

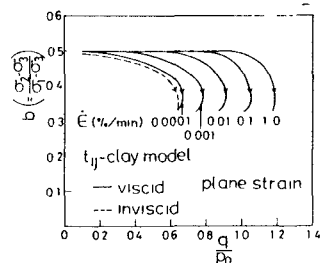


図-8 せん断応力- b 値関係 (t_{ij} -clay model: 平面ひずみ)