

主応力方向の回転によって発生する間隙水圧の予測

名古屋工業大学 正員 松岡元
 学生員 岩田 靖、○原 康彦

従来の塑性論では応力の不変量(主応力値から規定される応力パラメーター)によって定式化されているものが多いので、例えば主応力値を固定して主応力方向のみを回転させる「主応力方向回転試験」によって発生するひずみを説明することができない。そこで、一般面上のひずみ増分($d\epsilon_x, d\epsilon_y, d\epsilon_{xy}$)を一般面上の応力増分($d\sigma_x, d\sigma_y, d\tau_{xy}$)と直接結び付ける土の構成式を新たに提案し、主応力方向の回転によって発生するひずみを解析した¹⁾。本講演概要集III-18の図-5にその解析結果と実測値の比較を示すが、注目すべきは、圧縮体積ひずみ ϵ_v が主応力方向の回転角 α に対して直線的に生じることである。もし非排水条件であれば、この体積圧縮傾向は正の過剰間隙水圧に置き換わり、有効応力が減少して液状化を起こす可能性がある。実際の地震時の挙動は、繰返し単純せん断変形的であると考えられ、主応力方向の回転を伴²⁾うので、これは重大な問題である。ここでは、中空ねじりせん断試験によって測定された主応力方向の回転による過剰間隙水圧のデータを、上記の新たな土の構成式に基づいて解析することを試みた。

1. 主応力方向の回転によって発生する過剰間隙水圧の解析法

本講演概要集III-18の式(7)と式(13)、式(8)と式(13)(ただし、 2α を $2(\alpha + \delta)$ に置き換える)を組み合わせ、かつ $\alpha = 0^\circ$ と置くことによって、2次元状態における「せん断」および「主応力方向の回転」による主ひずみ増分 $d\epsilon_1, d\epsilon_3$ は、それぞれ次式のように求められる。

$$\frac{d\epsilon_1^s}{d\epsilon_3^s} = \left\{ \frac{u - \tan\phi_{mo} \cdot \cos\phi_{mo}}{\lambda \cdot \cos\phi_{mo}} + \frac{\sin\phi_{mo} + 1}{2} \right\} \cdot k_s \cdot \frac{\sin^2\phi \cdot \cos\phi_{mo}}{(\sin\phi - \sin\phi_{mo})^2} \cdot d\phi_{mo} \quad (1)$$

$$\frac{d\epsilon_1^r}{d\epsilon_3^r} = \left\{ \frac{u - \tan\phi_{mo} \cdot \cos\phi_{mo}}{\lambda \cdot \cos\phi_{mo}} + \frac{\sin\phi_{mo} + \cos 2\delta}{2} \right\} \cdot 2k_s \cdot \frac{\sin\phi \cdot \sin\phi_{mo}}{\sin\phi - \sin\phi_{mo}} \cdot d\alpha \quad (2)$$

したがって、「せん断」および「主応力方向の回転」による体積ひずみ増分 $d\epsilon_v (=d\epsilon_1 + d\epsilon_3; 2$ 次元状態)は、それぞれ次式で与えられる。

$$d\epsilon_v^s = \left(2 \cdot \frac{u - \tan\phi_{mo} \cdot \cos\phi_{mo}}{\lambda \cdot \cos\phi_{mo}} + \sin\phi_{mo} \right) \cdot k_s \cdot \frac{\sin^2\phi \cdot \cos\phi_{mo}}{(\sin\phi - \sin\phi_{mo})^2} \cdot d\phi_{mo} \quad (3)$$

$$d\epsilon_v^r = \left(2 \cdot \frac{u - \tan\phi_{mo} \cdot \cos\phi_{mo}}{\lambda \cdot \cos\phi_{mo}} + \sin\phi_{mo} \right) \cdot 2k_s \cdot \frac{\sin\phi \cdot \sin\phi_{mo}}{\sin\phi - \sin\phi_{mo}} \cdot d\alpha \quad (4)$$

また、平均有効主応力 σ_m が減少するときの等方膨張による体積ひずみ増分 $d\epsilon_v^c$ は、 C_s を膨張係数、 e_o を初期間隙比として次式で与えられる。

$$d\epsilon_v^c = \frac{0.434 C_s \cdot d\sigma_m}{1 + e_o \cdot \sigma_m} \quad (5)$$

さて、非排水条件下で主応力方向の回転が起これば、式(4)に従って圧縮体積ひずみ増分 $d\epsilon_v^r$ が生じようとし、過剰間隙水圧が発生して、**図-1**に示すようにモールの有効応力円が原点方向へ移動する。そうすると、 $d\phi_{mo} > 0$ となって式(3)のせん断による体積ひずみ増分 $d\epsilon_v^s$ も発生しようとする。ゆえに、非排水条件は式(3)、(4)、(5)より、次式で与えられる。

$$d\epsilon_v^r + d\epsilon_v^s + d\epsilon_v^c = 0 \quad (6)$$

ここで、 $\sin\phi_{mo} = (\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 + \sigma_3) = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2\sigma_m$ より次式を得る。

$$d\phi_{mo} = -\tan\phi_{mo} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \quad (7)$$

式(7)を式(3)に代入し、非排水条件式(6)に式(3)、(4)、(5)を代入すれば、間隙水圧の発生量 $d\sigma$ は次式で求められる。

$$d\sigma_m = \frac{\left(2 \cdot \frac{u - \tan\phi_{mo} \cdot \cos\phi_{mo}}{\lambda \cdot \cos\phi_{mo}} + \sin\phi_{mo} \right) \cdot 2k_s \cdot \frac{\sin\phi \cdot \sin\phi_{mo}}{\sin\phi - \sin\phi_{mo}} \cdot \sigma_m \cdot d\alpha}{\left(2 \cdot \frac{u - \tan\phi_{mo} \cdot \cos\phi_{mo}}{\lambda \cdot \cos\phi_{mo}} + \sin\phi_{mo} \right) \cdot k_s \cdot \frac{\sin^2\phi \cdot \sin\phi_{mo}}{(\sin\phi - \sin\phi_{mo})^2} - \frac{0.434 C_s}{1 + e_o}} \quad (8)$$

式(8)より、 σ_m の初期値 σ_{mi} ($\sigma_1 - \sigma_3$)が与えられれば、 $d\alpha$ を与えることによって逐次 σ_m 、すなわち間隙水圧($\sigma_{mi} - \sigma_m$)を予測することができる。

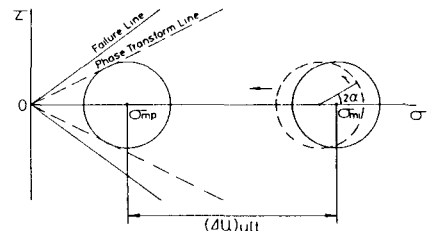


図-1 非排水条件下での主応力方向の回転によるモールの有効応力円の移動状況

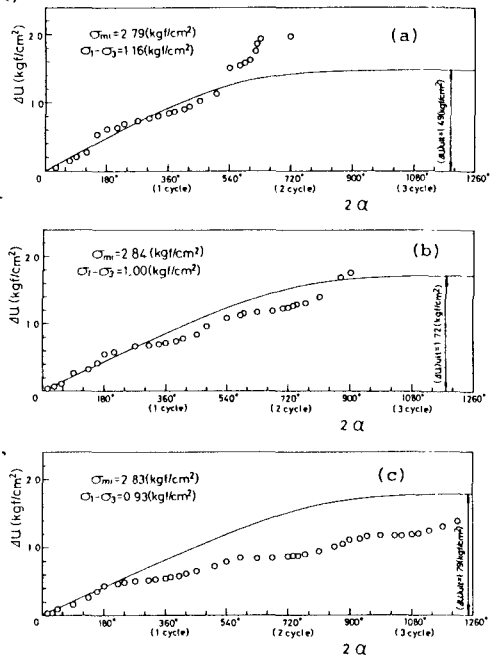


図-2 主応力方向回転試験による間隙水圧の実測値と解析値の比較

2. 中空ねじりせん断試験による実測値と解析値の比較

図-2 (a), (b), (c)は、中空ねじりせん断試験機によって測定された豊浦砂の主応力方向回転試験における過剰間隙水圧の実測値²⁾(プロット)と上記の解析値(実線)の比較を示している。解析値は、主応力方向が回転するにつれて間隙水圧が増加し、最終的に止まる実測値の傾向をよく説明している。この間隙水圧の終局値 $(\Delta u)_{ult}$ は、図-1に示すようにモールの有効応力円が変相線(せん断による体積ひずみ増分 $d\epsilon_V^S=0$ となる線)に当ればそれ以上過まないということから容易に算定することができる。すなわち、式(3)より $d\epsilon_V^S=0$ のときは次式を得る。

$$2 \cdot \frac{\mu - \tan \phi_{mo}}{\lambda} \cdot \cos \phi_{mo} + \sin \phi_{mo} = 0 \therefore \tan \phi_{mo} = \frac{2\mu}{2-\lambda} \quad (9)$$

なお、このときは式(4)より $d\epsilon_V^R$ も0となつて式(6)より $d\sigma_m=0$ となるのがわかる。また式(9)より、図-1を参照すれば次式を得る。

$$\sigma_{mp} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \sin \phi_{mo}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \sin(\tan^{-1} \frac{2\mu}{2-\lambda})} \quad (10)$$

ゆえに、

$$(\Delta u)_{ult} = \sigma_{mi} - \sigma_{mp} = \sigma_{mi} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \sin(\tan^{-1} \frac{2\mu}{2-\lambda})} \quad (11)$$

式(11)からわかるように、間隙水圧の終局値 $(\Delta u)_{ult}$ が、土の材料定数的なパラメータ λ, μ だけから容易に算定されることは興味深い。

また図-3は、図-2 (b)の間隙水圧の裏返しである体積ひずみ ϵ_V を主応力方向の回転による体積ひずみ ϵ_V^R とせん断による体積ひずみ ϵ_V^S に分けて計算したものである。なお、 ϵ_V^R は ϵ_V^S と ϵ_V^C を次式によって計算し、 $\epsilon_V^R = -\epsilon_V^S - \epsilon_V^C$ として算定した。

$$\epsilon_V^S = \int_{\phi_{mo}}^{\phi} d\epsilon_V^S, \quad \epsilon_V^C = \frac{C_s}{1+e_0} \cdot \log_{10} \frac{\sigma_m}{\sigma_{mi}}, \quad \epsilon_V^R = -\epsilon_V^S - \epsilon_V^C \quad (12)$$

ここに、 $\phi_{mo} = \sin^{-1}\{(\sigma_1 - \sigma_3)/2\sigma_{mi}\}$, $\phi_{mo} = \sin^{-1}\{(\sigma_1 - \sigma_3)/2\sigma_m\}$ である。

図-3より、発生体積ひずみ、すなわち発生間隙水圧の大部分が主応力方向の回転によるものであることがわかる。なお、解析に用いたパラメータは、通常の豊浦砂のパラメータ $k_s=0.23\%$, $\lambda=1.2$, $\mu=0.20$, $\phi=40^\circ$, $C_s/(1+e_0)=0.578\%$ とした。

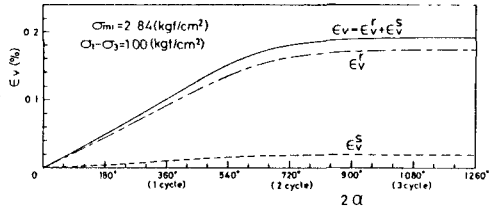


図-3 非排水条件下の主応力方向回転試験によって生じる体積ひずみの成分

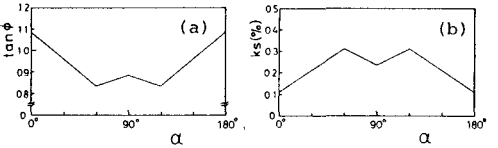


図-4 堆積異方性を有する豊浦砂の(a) $\tan \phi - \alpha$ 関係と (b) $k_s - \alpha$ 関係

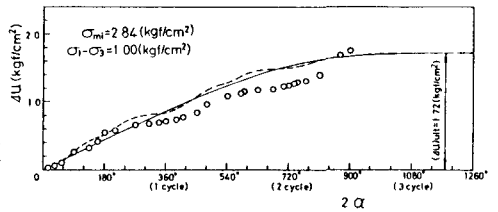


図-5 堆積異方性を考慮した解析値と実測値²⁾の比較

3. 堆積異方性も考慮した解析法

上記の中空ねじりせん断試験では、試料を空中落下法によって作製しているのので、試料は堆積異方性を有していると思われる。そこで、本講演概要集III-20と同様にしてパラメータ $\tan \phi, k_s$ を主応力方向の回転角 α の直線関係として図-4 (a), (b)のように定め、解析を試みた。堆積面と最大主応力面のなす角度を ξ とし、 $\xi=0^\circ$ の状態から主応力方向の回転を開始するものとする。 $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ では $\xi=\alpha$ 、 $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ では $\xi=180^\circ - \alpha$ となる。 $\tan \phi, k_s$ は ξ の関数であり、 ξ は α の関数であるので、主応力方向の回転による体積ひずみ増分 $d\epsilon_V^R$ は次式で与えられる(詳細は本講演概要集III-20参照)。

$$d\epsilon_V^R = (2 \cdot \frac{\mu - \tan \phi_{mo}}{\lambda} \cdot \cos \phi_{mo} + \sin \phi_{mo}) \cdot (2k_s \cdot \frac{\sin \phi \cdot \sin \phi_{mo}}{\sin \phi - \sin \phi_{mo}} + \frac{\partial k_s}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial \alpha} \cdot \frac{\sin \phi \cdot \sin \phi_{mo}}{\sin \phi - \sin \phi_{mo}} - k_s \cdot \frac{\cos \phi \cdot \sin^2 \phi_{mo}}{(\sin \phi - \sin \phi_{mo})^2} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial \alpha}) \cdot da \quad (13)$$

図-5中の破線が、上記の堆積異方性を考慮した解析値であるが、波打ちながら増加する実測間隙水圧の傾向をよく表現している。この場合も、間隙水圧の終局値 $(\Delta u)_{ult}$ は式(11)で算定される。

なお、中空ねじりせん断試験は単純せん断的な変形を与えると考えられるが、厳密には平面ひずみ条件を満足していない。ここでは便宜上2次元として解析しており、上記の解析値と実測値の比較は近似的なものと言わなければならない。

謝辞

貴重な実験データを引用させていただいた東大石原研而教授、東畑都生講師に謝意を表します。また、日頃御援助いただいている本学山内利彦教授、有益な助言をいただいた中井照夫助教に謝意を表します。

参考文献

- 1) 松岡・岩田・神原・鈴木(1986):昭和60年度土木学会中部支部講演概要集, III-18.
- 2) Iehihara, K and Towhata, I (1983):S&F, Vol.23, No.4, pp.11-26.
- 3) 松岡・岩田・鈴木(1986):昭和60年度土木学会中部支部講演概要集, III-20.
- 4) 松岡・平尾・福武(1984):土と基礎, Vol.32, No.11, pp.31-36.