

規則波による単柱の振動変位に関する理論解について

金沢大学工学部 正会員 石田 啓

金沢大学大学院 上野 彰

愛知県 加島 卓

Ⅱ. 緒言 陸上資源の涸渇が危惧される現在、石油に代表される海産資源を開発利用することは、未来の人類にとって、極めて重要なことになるであろう。この際、土木工学の分野では、海洋構造物を安全に設計することから、一大課題となる。著者らは、従来、柱状構造物の波浪振動について、主に数値計算による解析法を考究して来たが、前回、柱体の波浪振動に関する理論的取り扱いを紹介した。本報は、それに引き続いて、減衰力項を考慮した場合の柱体の振動変位に関する理論解を提示し、若干の計算結果を示す。

2. 理論解 座標系を図1に示すか、柱の振動変位 ξ に関する方程式は、次の様に線型化される。

$$(A + C_a \rho_w) \ddot{\xi}_{xx} + (C_0 + C_0 \rho_w D |u|) \dot{\xi}_x + EI \xi_{xxxx} = \frac{1}{2} C_0 \rho_w D |u| + C_m \rho_w A \dot{u} \quad (1)$$

ここに、左辺第1項は慣性力項、第2項は減衰力項、第3項は剛性力項、右辺は波力項である。式(1)は、無次元時間 $t' = \omega t$ 、座標 $x' = kx$ 、変位 $\xi' = \xi/D$ を用いると、次の様に無次元化される。

$$m \xi_{x'x'} + c \xi_{x'} + \xi_{x'x'x'x'} = c_d (\cosh 2x' + 1) \cosh x' |\cosh x'| - c_m \cosh x' \sin t' \quad (2)$$

ここに、 ω は角周波数、 k は波数、 D は直径、 A は断面積、 C_a は付加質量係数、 ρ 及び ρ_w は柱及び水の密度、 C_0 は構造減衰定数、 EI は剛性係数、 C_0 及び C_m は抗力及び慣性係数であり、 $m = (A + C_a \rho_w) \omega^2 / (k^4 EI)$ 、 $c = (C_0 + C_0 \rho_w D |u|) \omega / (k^3 EI)$ 、 $c_m = C_m \rho_w A \omega^2 / (k^4 EI D \sinh k')$ 、 $c_d = \frac{1}{2} C_0 \rho_w D \omega^2 / (k^4 EI D \sinh^2 k')$ である。今、 C に含まれる水粒子速度 u を定数化し、さらに $\cosh x' |\cosh x'|$ の部分をフーリエ級数に展開してその第3項までを用いると、式(2)の解は、次の様に求められることができる。

$$\xi(x', t') = \int_0^\infty \left\{ \xi_1 e^{(\mu - i\nu)x'} + \xi_2 e^{(\mu + i\nu)x'} + \xi_3 e^{(\nu + i\mu)x'} + \xi_4 e^{(-\nu - i\mu)x'} + c_m \cosh x' \{ (m-1) + i\lambda \} / (m-1)^2 + c^2 \} \right\} e^{i\lambda t'} \\ + \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[\xi_{n1} e^{(\mu_n - i\nu_n)x'} + \xi_{n2} e^{(\mu_n + i\nu_n)x'} + \xi_{n3} e^{(\nu_n + i\mu_n)x'} + \xi_{n4} e^{(-\nu_n - i\mu_n)x'} \right. \right. \\ \left. \left. + Q_n \cosh 2x' \{ (2^n - n^2 m) - i\lambda n \} / \{ (2^n - n^2 m)^2 + (1 + c)^2 \} - Q_n \{ n^2 m + i\lambda n \} / \{ n^4 m^2 + n^2 c^2 \} \right] \right\} e^{i\lambda t'} \quad (3)$$

ここに、 $\mu = \sqrt{m / \{ 1/\lambda + \sqrt{(\lambda+1)/2} \} / 2}$ 、 $\nu = \sqrt{m / \{ 1/\lambda - \sqrt{(\lambda+1)/2} \} / 2}$ 、 $\lambda = \sqrt{1 + (C/m)^2}$ 、 $Q_1 = \frac{8}{3\pi} C_d$ 、 $Q_3 = \frac{8}{15\pi} C_d$ 、 $Q_5 = -\frac{8}{105\pi} C_d$ 、 $\mu_n = \sqrt{n^2 m / \{ 1/\lambda_n + \sqrt{(\lambda_n+1)/2} \} / 2}$ 、 $\nu_n = \sqrt{n^2 m / \{ 1/\lambda_n - \sqrt{(\lambda_n+1)/2} \} / 2}$ 、 $\lambda_n = \sqrt{1 + (C/(nm))^2}$ であり、 $\xi_1 \sim \xi_4$ 及び $\xi_{n1} \sim \xi_{n4}$ は、境界条件から定められる積分定数である。

柱体の、図2に示す様に、一部静水面上に出る場合、水中の変位 ξ_1 、空中の変位 ξ_2 とすると、 ξ_1 は式(3)により、 ξ_2 は式(3)から特解を除いたもの（ C_m の項と Q_n の項を取ったもの）として与えられる。これらが満足すべき境界条件は、 $\xi_1(x', t') = 0$ 、 $\xi_1'(x', t') = 0$ 、 $\xi_1(x', t') = \xi_2(x', t')$ 、 $\xi_1'(x', t') = \xi_2'(x', t')$ 、 $\xi_1''(x', t') = \xi_2''(x', t')$ 、 $\xi_1'''(x', t') = \xi_2'''(x', t')$ 、 $\xi_1''''(x', t') = 0$ 、 $\xi_2''''(x', t') = 0$ であり、これらの境界条件を満足する様に、積分定数 ξ_i 、 ξ_{ni} を決定する必要があるが、これは、結局は、16×16の逆行列を求める問題に帰着される。

3. 計算結果 水深 $h=40$ cm、円柱の長さ $l=62$ cm、直径 $D=3$ cm、比重1.12、 $EI=20.1$ kN cm²、台の高さ $a=4.5$ cmの条件下で計算した結果の一例を示すか、図3は、波の周期 $T=1$ sec、波高 $H=$

6 cm の場合の柱のタワミ曲線であり、柱の頂点が、常に最大変位になることがわかる。図4から図7は、横軸に周期 T をとって示した共振曲線である。図4は、波高 H を、3 cm, 6 cm, 10 cm と変えた場合であり、いずれも固有振動周期の3倍および5倍の周期の波による共振が見られる。

図5は、 C_M を 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 と変えた場合であり、 C_M の増加に伴い、変位も増大する。図6は、 C_D を 0, 1.0, 2.0, 3.0 と変えた場合であり、 C_D の増加に伴い、高次の共振が顕著となる。図7は、 C_a を 0, 1.0, 2.0, 3.0 と変えた場合であり、付加質量の増加に伴い、共振周期が大きくなることわかる。

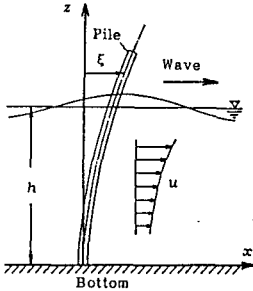


図1 座標系

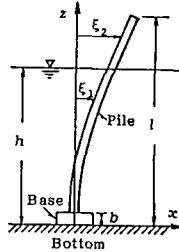


図2 ε_1 と ε_2

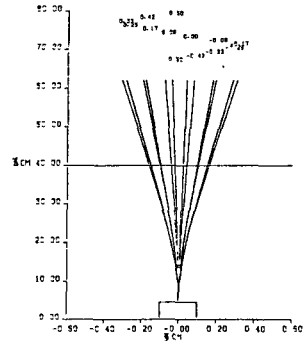


図3 タワミ曲線

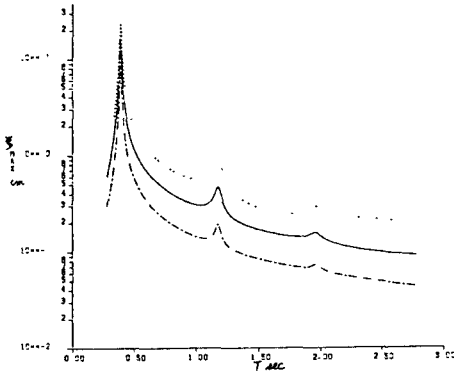


図4 波高 H を変えた時の共振曲線

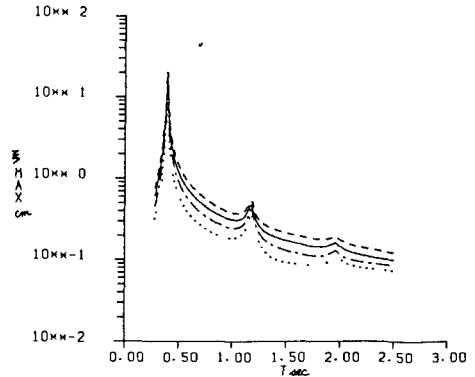


図5 慣性係数 C_M を変えた時の共振曲線

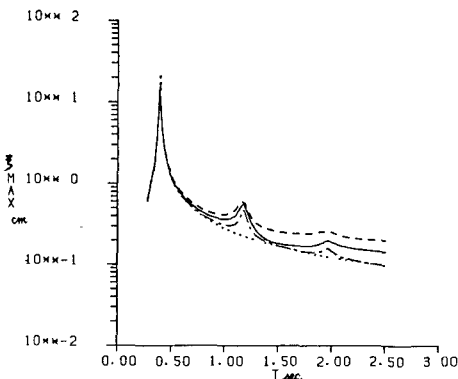


図6 抵抗力係数 C_D を変えた時の共振曲線

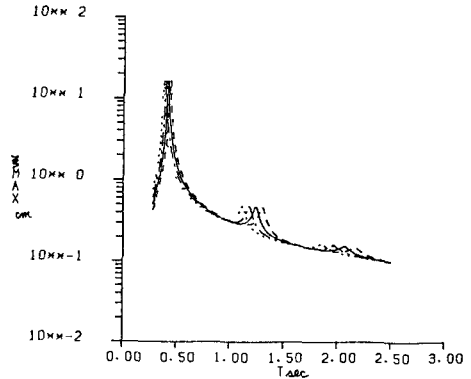


図7 付加質量係数 C_a を変えた時の共振曲線