

写像による合流部の解析

岐阜大学工業短期大学部 正員 ○ 藤田一郎
 岐阜大学工学部 正員 河村三郎

1. まえがき

合流部の流れの問題を扱う場合に重要となるのは、剝離領域の大きさと合流角および流入流量比との関係を明らかにすることである。Modell¹⁾らは自由流線理論を合流部に適用し、合流部下流で生じる自由流線（剝離流線）の軌跡を理論的に求める方法を示したが、用いた写像間の対応が厳密でないためにBest²⁾らの実験値と比較して過大な剝離領域幅を与える結果となっている。本研究では、ホドグラフ法を用い、写像面の間の対応を厳密にし、いくつかの改良点を加えて自由流線およびよどみ点を通過する流線（よどみ流線）の解析を行った。

2. 理論の概要

合流部では図-1に示すように点Bから流線が剝離し剝離領域を形成すると同時に、本川上流と支川からの流れの境界となる流線（よどみ流線）がよどみ点Sから出る。一般に本川流量が支川流量に対して増大すれば、よどみ点Sは支川壁C₁A上に移動し、支川流量が増大すれば本川壁D₁A上へ移動すると考えられる。従って、ホドグラフ面は各々の場合に依りて異なったものになるが、本研究では流量比が変化してもよどみ点Sは頂点Aに一致すると仮定して解析を行う。

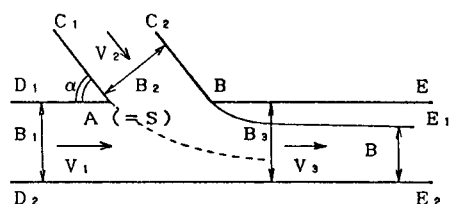


図-1 Z - 面

3. 理論式

図-1に示す速度場を対数速度面（ホドグラフ面、Ω-面）で表わすと図-2のようになる。ここに、Ωは

$$\Omega = \log(v_3 \cdot dz/dw) = \log(v_3/q) + i \cdot \theta \quad (1)$$

で定義される対数速度である。S. C. 変換によりΩ-面を図-3に示すλ-面の上半分の領域に写像すると次式がえられる。

$$d\Omega/d\lambda = \alpha/\pi \cdot \{ \lambda(\lambda-1) \}^{-1/2} \quad (2)$$

式(2)を積分すると

$$\Omega = 2\alpha/\pi \cdot \log \{ (\lambda-1)^{1/2} + \lambda^{1/2} \} - i \cdot \alpha \quad (3)$$

となる。

λ-面上の点Eに強さm₁=1の吸い込み、点C、点Dに強さm₂=Q_r、m₃=1-Q_rの湧き出しを考えれば、速度場は物理面と等価になると考えられる。ここにQ_r=Q₂/Q₃である。この場合の複素速度ポテンシャルW=φ+iψは次のようになる。(図-4)

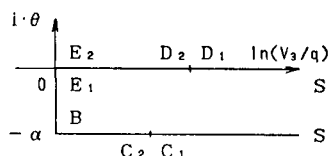


図-2 Ω - 面

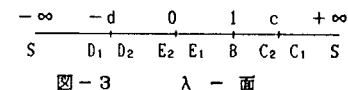


図-3 λ - 面

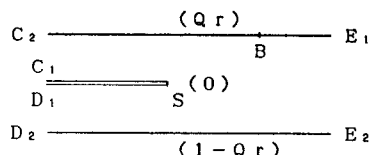


図-4 W - 面

$$W = -\log \lambda + Qr \cdot \log(\lambda - c) + (1 - Qr) \cdot \log(\lambda + d) \quad (4)$$

物理面 z と λ -面の関係は

$$dz/d\lambda = dz/dW \cdot dW/d\lambda \quad (5)$$

であり、式(1)、式(3)より

$$dz/dW = V_3^{-1} \cdot \exp \Omega = f_1(\lambda) \quad (6)$$

式(4)より

$$\begin{aligned} dW/d\lambda &= -\lambda^{-1} + Qr \cdot (\lambda - c)^{-1} + (1 - Qr) \cdot (\lambda + d)^{-1} \\ &= f_2(\lambda) \end{aligned} \quad (7)$$

であるから

$$z = \int f_1(\lambda) \cdot f_2(\lambda) d\lambda = \int F(\lambda) d\lambda \quad (8)$$

となる。 c 、 d の値は式(3)、(4)で点C、点Dの条件より次式で与えられる。

$$c = (p^2 + 1)^2 / (4p^2), \quad d = (s^2 - 1)^2 / (4s^2) \quad (9)$$

$$p = \{(B_2/b)/Qr\}^{\pi/2\alpha}, \quad s = \{(B_1/b)/(1-Qr)\}^{\pi/2\alpha} \quad (10)$$

式(8)の積分は任意の固定点、ここでは点B ($z=i\pi, \lambda=1$)

から任意座標 ($z=x+iy, \lambda_2=\xi_2+\eta_2$) まで行う。これより、

$$x = \int_1^{\xi_2} F_R(\xi+i\eta_2) d\xi - \int_0^{\eta_2} F_I(1+i\eta) d\eta \quad (11)$$

$$y = \pi + \int_0^{\eta_2} F_R(1+i\eta) d\eta + \int_1^{\xi_2} F_I(\xi+i\eta_2) d\xi \quad (12)$$

ここに、 $F(\lambda) = F_R(\lambda) + i \cdot F_I(\lambda)$ である。有効水路幅 b は

$$b = \pi - \int_0^1 F_I(\xi) d\xi \quad (13)$$

より求められる。但し、 $F(\lambda)$ は b の関数でもあるので b の値は式(13)を用いて繰り返し計算により求める。

4. 計算結果および結論

図-5に関数 $F_1(\xi)$ の関数形の一例を示す。積分は特異点近傍の積分区間を細分して行った。積分はガウスの32点則によった。図-6に合流角 90° 、水路幅比 $B_2/B_3=1.0$ の場合の剥離流線、よどみ流線の計算例を示す。流量比の増大につれて剥離領域は増大し、よどみ流線は合流部の対岸側へ移動することが分かる。図-7にBestらの実験値の内挿曲線との比較を示す。流量比が小さい場合には実験値に対して過大な値を与えているものの、全体的にはBestらの実験結果との対応は良好と考えられる。

5. 参考文献
- 1) Modi, P.N., Arief, P.D., Dandekar, M.M., ASCE, vol.107, No. HY12, 1981
 - 2) Best, J.L., Reid, I., ASCE, vol.110, No.11, 1984

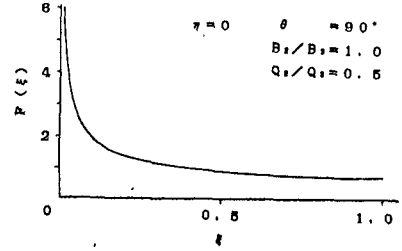


図-5 $F(\xi)$

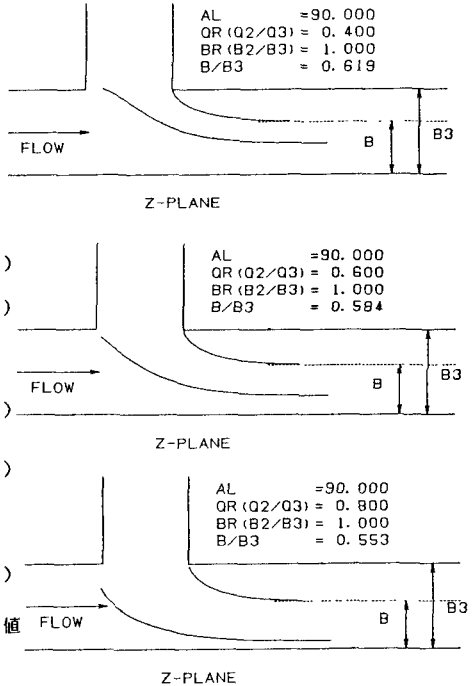


図-6 流量比の影響

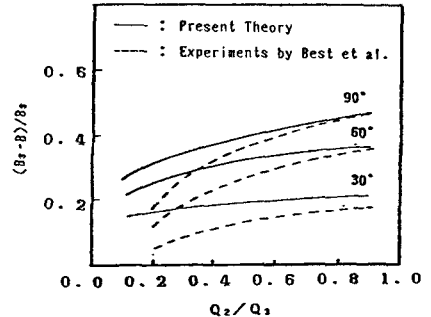


図-7 流量比と剥離域幅の関係