

細粒子を高濃度に含む流れのカルマン定数

名城大学理工学部○新井 宗之

1.はじめに : 水に土砂を高濃度に含む流れの流動機構は、慣性領域の流れにおいて、含有する粒子が水深に比して比較的大きな場合には粒子相互の衝突効果が大きくタイラント流体モデルが適用できることが明らかにされている。また含有する粒子が非粘着性でその粒径が水深に比して小さい場合には粒子相互の衝突効果の他に粒子と流体が一体となった流体塊の乱れの効果も重要であることを明らかにして来ている。ところで、粒子を含む流れの乱れの研究は従来その含有濃度がせいぜい2~3%の現象を対象としたものである。そしてその現象については実験的にも理論的にも十分な研究成果がある。しかしながら土石流や泥流のように粒子を高濃度に含む場合にもその理論が適用できるものかどうか不明である。そこで非粘着性粒子を高濃度に含む流れにおける乱れについて実験的に検討した。それによると、従来の考えに従えばカルマン定数は濃度の増加とともに減少しなければならぬが、著者の実験結果によれば体積濃度が $C=0.2 \sim 0.3$ 以上になるとカルマン定数は一様があるいは増加する傾向を示した。ここでは従来の理論を若干修正した式を示すとともにその実験結果の適用について述べる。

2.流動機構 : 慣性領域の流れにおいて水深に比して含有粒子の粒径が小さい場合には粒子相互の衝突効果の他に粒子と流体とが一体となったある大きさの流体塊の乱れがありその混合距離を $l=kz$ と仮定して解くと次のような流速分布の式を得る。^{1), 2)}

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{Y + \sqrt{Y^2 + \phi^2}}{Y_0 + \sqrt{Y_0^2 + \phi^2}} = \frac{1}{k} \left\{ \operatorname{arcsinh}\left(\frac{Y}{\phi}\right) - \operatorname{arcsinh}\left(\frac{Y_0}{\phi}\right) \right\} \quad (1)$$

$$\text{ここに、} Y = \frac{z}{h}, \quad \phi^2 = \lambda^2 \left(\frac{a_i \sin \alpha}{K^*} \right) \left(\frac{a}{\rho_m} \right) \left(\frac{d}{h} \right)^2, \quad \lambda = \left\{ \left(\frac{C_0}{C} \right)^{1/2} - 1 \right\}^{-1}$$

$$Y_0 = \begin{cases} \frac{a}{R_*} & : \text{smooth bed} \\ \frac{b R_*}{h} & : \text{rough bed} \end{cases} \quad (2)$$

$$R_* = u_* h / \nu, \quad u_* = \sqrt{g h \sin \theta}, \quad a = 1/9.025, \quad b = 1/30$$

R_* : 粗度高さ, ν : 水の動粘性係数, ρ : 粒子の密度, $\rho_m (= \rho_0 + (\rho - \rho_0)C)$: みかけの平均密度

d : 粒子径, h : 水深, $a_i \sin \alpha$: 定数 (Bagnoldによる), C : 体積濃度, C_0 : 最充填濃度

ところで、日野³⁾は固体粒子を浮遊する流れの乱れの構造の変化について論じ、Elliot & Kaoの乱れの加速度平衡方程式を発展させ、平均的な渦径を清水におけるそれとの比として次のように表わした。

$$\frac{L_0}{L} = \frac{1}{2f(C)} \left[1 \pm (1 + 4f(C) \beta K_0 s_1)^{1/2} \right] \quad (3)$$

$$s_1 = \frac{2(r-1)\nu_p}{u_*^3 \ln h/\delta} \int_{\delta}^h \frac{C}{[1 + (r-1)C]} dy \quad (4)$$

ここに、 v_p : 粒子の水中沈降速度、 δ : 粘性底層厚又は粗度高さ、 $f(c)$ は機構的摩擦応力による混合において粒子の衝突などによる減衰を表わす式で濃度の関数である。この $f(c)$ を一次式で近似し、浮遊砂で用いられている次元が得られている

$$\frac{K_0}{K} = \frac{(1+\alpha'c)}{2} [1 + \{1 + 4BK_0(1+\alpha'c)S_1\}^{\frac{1}{2}}] \quad (5)$$

$$S_1 = \frac{g(\tau-1)v_p}{u_*^3} \frac{c(\tau-\delta)}{\ln h/\delta} \quad (6)$$

$$\alpha' = 2, \quad B = 13$$

しかしながら、土砂を高濃度に含む場合には、日野の乱れの流速平衡方程式に基づき、その機構的摩擦応力による乱れの減衰を二次の項まで考慮すると次式を得る。

$$\frac{K_0}{K} = \frac{(1+\beta_1 c + \beta_2 c^2)}{2} [1 + \{1 + 4BK_0(1+\beta_1 c + \beta_2 c^2)S_1\}^{\frac{1}{2}}] \quad (7)$$

$$S_1 = \frac{g(\tau-1)v_p}{u_*^3} \frac{c(\tau-\delta)}{\ln h/\delta \{1 + (\tau-1)c\}} \quad (8)$$

ここで、 β_1, β_2 は実験結果より定め、それぞれ 2, -4 とする。

3. 実験結果の考察 : 非粘着性粒子を高濃度に含む流れを実験水路に生じさせ、その流速分布を測定した。K は実験値の流速分布に式 (1) が適合する値とした。図-1 は従来用いられている式 (5) の関係を示した図である。体積濃度が $c=0.2$ 以上になると実験値と理論値が大きく異なることがかえらる。図-2 は新しく修正した式 (7) の関係を示した図である。これは前者よりも高濃度の場合にもよく実験結果を説明している。図-3 は濃度 c とカルマン定数 K との関係を示したもので、鎖線で示した従来の式は濃度の増加とともに K が減少するが、式 (7) は濃度が $c=0.2 \sim 0.3$ 以上になると K も増加し実験結果の傾向を表わしている。

参考文献

- 1) Arai, M, Takahashi, T; Proc. of 20th Congress, IAHR, Vol. III, pp. 271-286, 1987.
- 2) 新井, 高橋; 土木学会年報, II-223, 1985, 3) 日野; 土木学会論文集, Vol. 92, pp. 11-20, 1983.

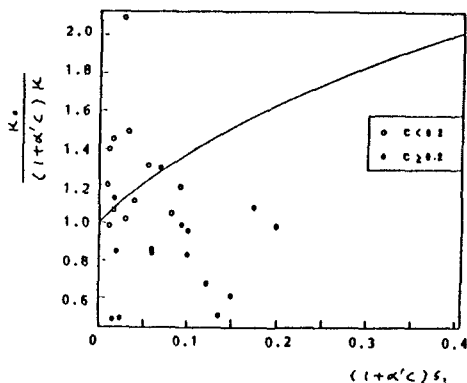


図-1 $\frac{K_0}{(1+\alpha'c)K}$ と $(1+\alpha'c)S_1$ の関係

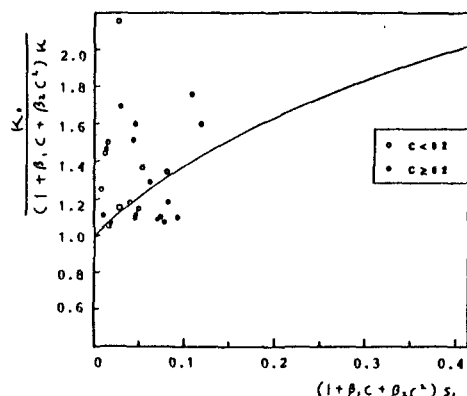


図-2 $\frac{K_0}{(1+\beta_1 c + \beta_2 c^2)K}$ と $(1+\beta_1 c + \beta_2 c^2)S_1$ の関係

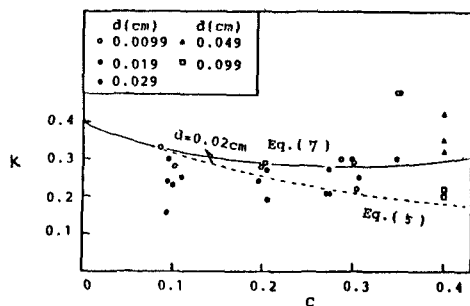


図-3 体積濃度とカルマン定数の変化の関係