確率有限要素法の杭基礎解析への応用

金沢大学工学部　正　員　小堀為雄
金沢大学工学部　正　員　近田康夫
金沢大学大学院　学生員○太田良二

1．はじめに

現在，道路橋などの土木構造物における杭基礎の設計計算法としては一般的に，杭頭でのばねを考慮した変位法が採用されている。道路橋示方書[1]では計算上の仮定として杭基礎を2次元構造物として取り扱うことになっており，フーチングー杭間での結合条件も完全剛結か完全ヒンジの場合しか記載されていないなどさまざまな問題点が指摘されている。これに対しては，より合理的な解析手法が幾つか提案されているが[2][3]，基本的には決定論的手法がほとんどであり，この場合インプットデータは確定値として与えられる。従って杭および地盤材料の定数を正しく評価することが要求される。しかし，実際には例えば横方向地盤反力係数k_Hを正確に推定することは現時点では困難であり，応答解析の精度はそれ相応に低いものと考えざるを得ない。一般に材料特性の不明確な地盤工学の分野では特性のばらつきを考慮するために確率論による信頼性解析が盛んであるが，現状を考えると杭基礎の解析にも同様に確率論的なアプローチが必要であると考えられる。以上のような理由により，本報告では杭基礎の信頼性解析へのアプローチとして，一般的変位法への確率有限要素法の応用を試みる。

2．確率有限要素法の変位法への応用

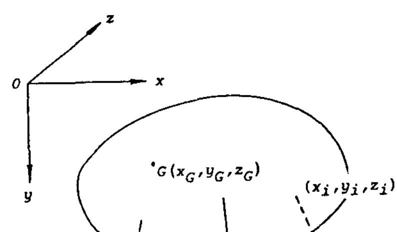
通常の規模の橋台や橋脚では，フーチングを剛体とみなして計算を行っても設計上十分な精度で解が得られることが確かめられており，この場合変位法では杭本数に無関係に6元（2次元の場合は3元）の剛性方程式に帰着できる。いま，剛体上の任意の点を基準点Gとすると（図－1参照）

$$S_G\, u_G = P_G \qquad (1)$$

ここでu_G，P_Gはそれぞれ基準点の変位および荷重ベクトルであり，S_Gは全構造系の剛性マトリックスである。いまS_GおよびP_Gがm個の不確定要因$r = r(r_1, r_2, \cdots, r_m)$の関数であるとすれば，$u_G$も$r$の関数となる。すなわち，

$$u_G = u_G(r_1, r_2, \cdots, r_m) \qquad (2)$$

ここでいう不確定要因とは，例えば横方向地盤反力係数，杭頭モーメントスプリング定数，杭本体の曲げこわさなどである。いまu_Gを不確定要因rの平均値μの近傍でテーラー展開し，2次以上の高次項を無視すれば次式が得られる。



図－1　剛体と杭よりなる3次元構造物

$$u_G = u_G(\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_m) + \sum_{k=1}^{m}(r_k - \mu_k)\left.\frac{\partial u_G}{\partial r_k}\right|_\mu \qquad (3)$$

ただし$(\partial u_G/\partial r_k)|_\mu$は$(\partial u_G/\partial r_k)$の$r_k = \mu_k$における値であり，$\mu_k = E[r_k]$である。以上より$u_G$の期待値および分散は次式によって求められる。

$$E[u_G] = u_G(\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_m) \qquad (4),$$

$$Var[u_G] = E[(E[u_G] - u_G)^2] = \sum_{k=1}^{m}\sum_{l=1}^{m}\left.\frac{\partial u_G}{\partial r_k}\right|_\mu \cdot \left.\frac{\partial u_G}{\partial r_l}\right|_\mu \cdot Cov[r_k, r_l] \qquad (5)$$

ここで，$Cov[r_k, r_l]$は不確定要因r_k，r_lの共分散を表わす。

さて，式（4），（5）における未知量は$(\partial u_G/\partial r_k)|_\mu$であるが，これは以下のようにして求めることができる。式（1）を不確定要因r_kで微分すると

$$\frac{\partial S_G}{\partial r_k} u_G + S_G \frac{\partial u_G}{\partial r_k} = \frac{\partial P_G}{\partial r_k} \qquad \therefore \quad \frac{\partial u_G}{\partial r_k} = S_G^{-1} [\frac{\partial P_G}{\partial r_k} - \frac{\partial S_G}{\partial r_k}] u_G \qquad (6)$$

S_GおよびP_Gは r の関数で与えられているから$(\partial S_G/\partial r_k)$，$(\partial P_G/\partial r_k)$ は既知の関数として与えられる。式（6）において $r_k = \mu_k$ における$(\partial S_G/\partial r_k)$の値は式（6）に $E[u_G]$ および μを代入して求められる。

杭部材座標系（図－2参照）において杭頭に作用する節点力ベクトルP'_iは，基準点変位u_Gと次式の関係がある。

$$P'_i = K_{pi} R_{pi} T_{pi} u_G \qquad (7)$$

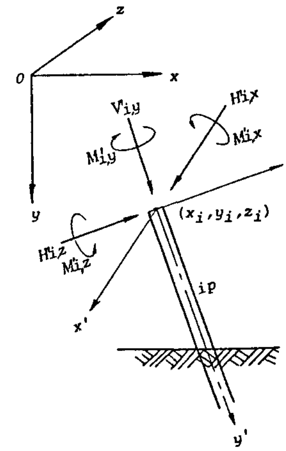
ここで Kpi, Rpi, Tpi はそれぞれ杭頭節点 i に関する杭部材座標系剛性マトリックス，杭部材回転マトリックスおよび変換マトリックスである。u_Gが r の関数となることからP'_iもまた r の関数となる。式（3）から式（4），（5）が導出されたのと同様にして

$$E[P'_i] = P'_i(\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_m) \qquad (8)$$

$$Var[P'_i] = \sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{m} \frac{\partial P'_i}{\partial r_k}\Big|_\mu \cdot \frac{\partial P'_i}{\partial r_l}\Big|_\mu \cdot Cov[r_k, r_l] \qquad (9)$$

を得る。また杭節点 i および j の節点力の共分散は

$$Cov[P'_i, P'_j] = \sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{m} \frac{\partial P'_i}{\partial r_k}\Big|_\mu \cdot \frac{\partial P'_j}{\partial r_l}\Big|_\mu \cdot Cov[r_k, r_l] \qquad (10)$$



図－2　杭部材座標系

により与えられる。式（8）～（10）における未知量は$(\partial P'_i/\partial r_k)|_\mu$であるが式（7）より

$$\frac{\partial P'_i}{\partial r_k} = \frac{\partial Kpi}{\partial r_k} Rpi\,Tpi\,u_G + Kpi\,Rpi\,Tpi \frac{\partial u_G}{\partial r_k} \qquad (11)$$

の関係を得る。ただし Rpi, Tpi は確定量として取り扱っている。式（11）より$(\partial P'_i/\partial r_k)|_\mu$ の値は$(\partial u_G/\partial r_k)|_\mu$ を求めることに帰着。さらに，杭軸直角方向最大曲げモーメントについて平均値，分散および共分散を求めるためには $(\partial M'_{i,max}/\partial r_k)|_\mu$ を算出する必要がある。これは $(M'_{i,max})^2 = M'_{i,x}{}^2 + M'_{i,y}{}^2$ の関係から

$$\frac{\partial M'_{i,max}}{\partial r_k} = \frac{M'_{i,x}}{M'_{i,max}} \frac{\partial M'_{i,x}}{\partial r_k} + \frac{M'_{i,z}}{M'_{i,max}} \cdot \frac{\partial M'_{i,z}}{\partial r_k}$$

により与えられる。$M'_{i,x}$，$M'_{i,z}$ はP'_iの成分である。各杭の地表面変位の平均値，分散，共分散についても基準点変位との関係式から同様に求めることが可能である。

3．結言

本報告では杭基礎の信頼性解析へのアプローチとして確率有限要素法の手法を用いることが可能であることを述べた。確率有限要素法による解析については適度な近似精度が約束されており，さらに他の手法と比較して計算時間も飛躍的な短縮が可能である。従って杭基礎解析に応用した際にも有力な手法として期待ができる。

〔参考文献〕

1）日本道路協会：道路橋示方書・同解説，Ⅳ下部構造編，pp.279～298，丸善，1982

2）建設省土木研究所構造橋梁部基礎研究室：杭頭結合条件を考慮した橋梁杭基礎の設計法に関する研究，土木研究所資料，No.1874，1982

3）有江義晴・玉置修・矢作枢・青柳史郎：杭頭固定度を考慮した組杭の3次元解法，土木学会論文報告集，No.205，1972

4）中桐滋・久田俊明：確率有限要素法入門，培風館，1985

5）桜井春輔・土井康成：有限要素法による斜面の信頼性解析，土木学会論文報告集，No.330，1983