

## 非軸対称問題への軸対称ジョイント要素の適用について

金沢大学工学部 正員 ○近田康夫  
金沢大学工学部 正員 小堀為雄

### 1. はじめに

非軸対称荷重が軸対称体に作用するようなケースは、杭一地盤系やフーチング一地盤系を対象とした解析においてしばしば出会う問題である。この場合、有限要素解析では、円筒座標系において荷重及び変位をフーリエ級数表示し、各調和成分の直交性を利用して「半解析的手法」が採用されるのが一般的である。さらに、杭一地盤間の境界面のような不連続面を表現するためのジョイント要素もまた、この半解析的手法に対応したものが用いられねばならない。筆者らは、そのようなジョイント要素の一モデルを提案したが<sup>1)</sup>、本報告では、このジョイント要素の特性に関して述べる。

### 2. 軸対称ジョイント要素とその適用に関する考察

軸対称ジョイント要素は、図-1のように示される。導出の詳細は、文献<sup>1)</sup>に譲ることにして、結果のみを記すれば、局部座標系における要素剛性マトリックスは式(1)のようになる。この、ジョイント要素を用いての解析手順は、0次～M次の調和成分を採用する場合、以下のように要約できる。

$$K_m = \frac{\pi \tilde{E} L}{4} \begin{bmatrix} k & k & -k & -k \\ & k & -k & -k \\ & & k & k \\ Sym. & & & k \end{bmatrix}, \quad k = \begin{bmatrix} k_\xi & 0 & 0 \\ 0 & k_\eta & 0 \\ 0 & 0 & k_\theta \end{bmatrix}, \quad k_\xi, k_\eta \text{ and } k_\theta \text{ are joint stiffness per unit length in } \xi, \eta \text{ and } \theta \text{ direction, respectively} \quad (1)$$

(1) 0次からM次までの分離されたM+1組の平衡方程式を解き、 $\theta$ の値を固定して、得られた解をフーリエ合成することにより、変位、応力等の増分を求めることができる。異なる $\theta$ の値に対しても同様にして、円周方向にM+1以上の断面（子午面）について変位、応力の増分を求め、前段階での値に加える。こうして、3次元解が得られる。(2) 応力を求めた各断面ごとにジョイント要素の剛性、滑りの判定を行い、解放すべき応力に対応した節点力を求める。この結果、不平衡節点力の円周方向分布が得られる。(3) 不平衡節点力の円周方向分布をフーリエ分解し、0次からM次までの有限フーリエ級数で表す。(4) 幾つかの $\theta$ 断面（子午面）で次式により収束判定を行う（一般には、応力等を算出した各々の断面で収束判定を行う）。

$$(\Psi^r)/(\Psi_f) < \epsilon \quad (2)$$

ただし、 $\Psi^r$  は r 回目までの繰り返し後の節点力ベクトルのノルム、 $\Psi_f$  は作用力ベクトルのノルムであり、 $\epsilon$  は収束判定値である。(5) 収束条件が満足されるまで(1)～(4)を繰り返す。

<sup>2)</sup> 要素は、円周方向に一定な物性をもつので、一般のジョイント要素のように、剛性が生じた以後において接合剛性を0とすることはできず、応力分配法（stress transfer method）と同様の手順をとることになる。

応力の解放を図を用いて説明すると図-2(a)～(f)のようになる。いま、ジョイント要素の法線方向において、図-2(a)のような応力分布が作用荷重に対する線形解として得られたとしよう。ジョイント要素は引っ張り抵抗を有しないとすれば、応力分布は(b)図のようになる必要がある。しかし、(b)図の分布はもはや(a)図を与えたフーリエ級数項のみでは表現できないので、フーリエ分解されて、(c)図のように有限フーリエ級数で表現されることになる。この例では、0次～4次の5調和成分でほぼ十分な精度で表現されている。(c)図に対応する等価節点力を用いて残差力を求め、この残差力の符号を変えたものを荷重として再び線形解析を行い、前段階の(c)図に加えれば(d)図となる。(d)図には再び引っ張り応力が生じているので(e)図のように引っ張り応力を解放する必要がある。(e)図を(f)図のようにフーリエ分解し、

以下収束が得られるまで同様に繰り返すことになる。これが応力分配法による応力解放であり、反復計算中に要素剛性を変化させる必要がないことから物性が円周方向に一定であることを要求する半解析的手法に対して有効である。

ジョイント要素を用いる場合の最も大きな留意点はジョイント要素の各接合剛性として与える数値の決定である。<sup>3)</sup> Ghaboussi らは、円形フーチングの軸対称問題の解析にジョイント要素を用いる場合にジョイントの剛性とフーチングの剛性を一致させている。一方、土岐らはジョイント要素の剛性を隣接する一般要素の要素剛性とオーダーを合わせる方法を取っているが、<sup>4)</sup> 応力分配法を用いる場合には、ジョイント要素の剛性を反復計算中に変化させないこと、および応力ベースで収束判定を行うことから、収束を得るのに要する反復回数がかなり多くなる傾向がある。ジョイントの剛性の与え方に関してはさらに検討の余地がある。

また、ここで提示した手法では、フーリエ調和成分を何項まで採用すればよいのか、ということも大きな問題となる。しかし、この点に関しては、作用荷重等の解析条件によって必要な調和成分の項数が異なるのが一般的であり、ケース・バイ・ケースに対応せざるをえない。

### 3. むすび

半解析的手法に対応した軸対称ジョイント要素の適用に当たっての留意点の幾つかに関して考察を加えた。joint 要素はその適用する問題によってケース・バイ・ケースに対応すべき点も多いが、ここでの考察は、ある程度細部に渡っての情報を提供できたと考える。今後、種々の問題に対して適用を試みることにより、この joint 要素の実用性を検証するとともに使用に際しての know how を蓄積したいと考えている。

最後に、本報告の一部は文部省科学研究費（昭和 60 年度奨励研究（A））の補助によることを付記する。

### 参考文献

- 1) 小堀為雄、近田康夫：「非軸対称荷重を受ける軸対称体の有限要素解析における不連続面の取り扱いについて」、構造工学論文集、vol.31A, pp.245～250, 1985.4.
- 2) R.E.Goodman, et al: "A Model for Mechanics of Joint Rock", Proc.of ASCE, VOL.94, SM3, 1968
- 3) J.Ghaboussi, et al: "Finite Element for Rock Joint and Interface", Proc.of ASCE, VOL.99, SM10, 1973
- 4) 土岐憲三、佐藤忠信、三浦房紀：「強震時における地盤と構造物の間の剥離と滑動」、土木学会論文集、302, 1980

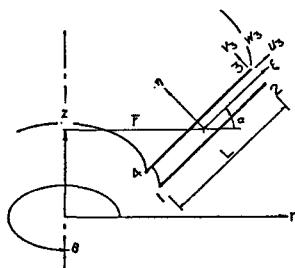


図-1 軸対称ジョイント要素

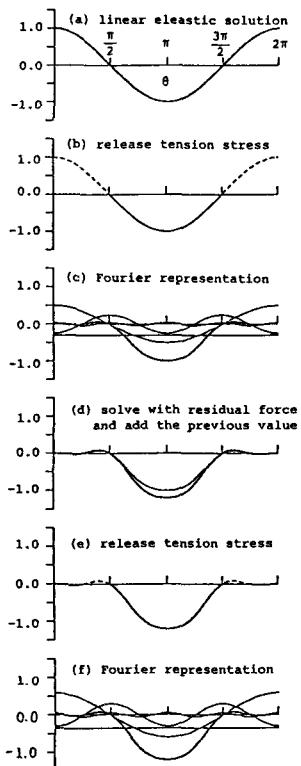


図-2 応力解放過程（応力分配法）