

伝達マトリックス法による空間充実断面橋梁の有限変位解析

名古屋工業大学 学生員 ○森川 裕史

名古屋工業大学 正 員 登藤 芳顯

名古屋工業大学 正 員 松浦 聖

1. まえがき

空間橋梁の有限変位解析では、部材の有限回転を考慮せねばならず、厳密な意味での解析はいうまでもなく、支配方程式の定式化すら容易ではない。著者らは、すでに、新しい定式化手法を示し、これにより、充実断面橋梁の厳密な支配方程式も誘導し、さらに、テーラー展開法による伝達マトリックス形式の離散化式も一部示している。

ここでは、上記の基本式のうち、微小ひずみ・有限変位の式を用い、簡単な例について、数値計算を行った結果について報告する。

2. 伝達マトリックス法における伝達式の誘導

空間橋梁を有限要素に分割し、 i 、 $i+1$ 節点から成る有限要素を対象とし節点から $i+1$ 節点へ物理量を移す伝達式を導く。

伝達式は微小ひずみの条件下の支配方程式を各物理量に関する11階の常微分方程式に変換した後、テーラー展開法を用い、要素長に関するべき級数で表わす。ここでテーラー展開による i から $i+1$ 節点への伝達式は物理量を Q とした場合、次のようになる。

$$Q_{i+1} = Q_i + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Q_i^{(n)}}{n!} \cdot \Delta Z / n! \quad (1 \cdot a, b)$$

$$\Delta Z = Z_{i+1} - Z_i$$

通常、構造解析における外力は保存力として与えられることが多く、伝達式の物理量も固定座標成分が用いられるので、ここでも断面力、断面モーメントおよび分布外力、分布モーメントの成分は空間固定座標に変換して伝達式を表わす。

物理量の空間固定座標成分 $\{\bar{F}_x, \bar{F}_y, \bar{F}_z, \bar{M}_y, \bar{M}_x, \bar{M}_z, [lab]\}$ および変位成分 $\{u_0, v_0, w_0\}$ を状態量とする伝達式を簡単のため、式(1)の ΔZ の2次までの展開式とすると、次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \bar{F}_x \\ \bar{F}_y \\ \bar{F}_z \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_x \\ \bar{F}_y \\ \bar{F}_z \end{Bmatrix}_i + \begin{Bmatrix} \bar{F}_x \\ \bar{F}_y \\ \bar{F}_z \end{Bmatrix}'_i \cdot \Delta Z$$

$$\begin{Bmatrix} \bar{M}_y \\ -\bar{M}_x \\ \bar{M}_z \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{Bmatrix} \bar{M}_y \\ -\bar{M}_x \\ \bar{M}_z \end{Bmatrix}_i + \begin{Bmatrix} \bar{M}_y \\ -\bar{M}_x \\ \bar{M}_z \end{Bmatrix}'_i \cdot \Delta Z + \begin{Bmatrix} \bar{M}_y \\ -\bar{M}_x \\ \bar{M}_z \end{Bmatrix}''_i \cdot \Delta Z^2 / 2! \quad (2 \cdot a, b)$$

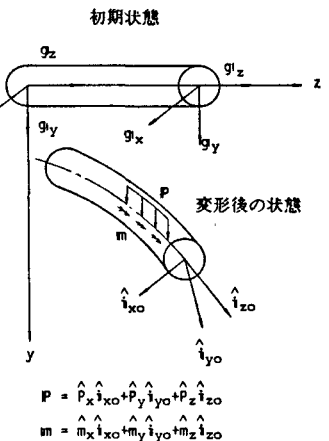


図-1 座標系

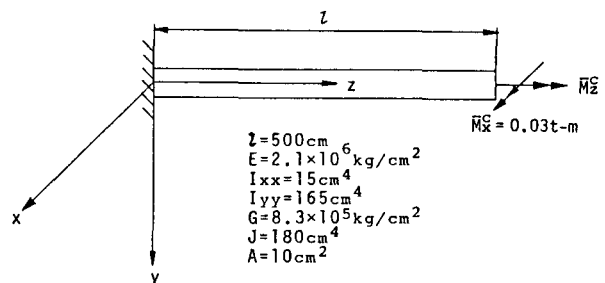


図-2 力学諸量

$$\begin{Bmatrix} U_0 \\ V_0 \\ W_0 \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{Bmatrix} U_0 \\ V_0 \\ W_0 \end{Bmatrix}_i + \begin{Bmatrix} U_0' \\ V_0' \\ W_0' \end{Bmatrix}_i \cdot \Delta Z + \begin{Bmatrix} U_0'' \\ V_0'' \\ W_0'' \end{Bmatrix}_i \cdot \Delta Z^2 / 2! \quad (2 \cdot c, d)$$

$$[lab]_{i+1} = [lab]_i + [lab]'_i \cdot \Delta Z + [lab]''_i \cdot \Delta Z^2 / 2!$$

$[lab]_i$ は、図-1に示す直交単位ベクトル ($\hat{i}_{x0}, \hat{i}_{y0}, \hat{i}_{z0}$) の空間固定座標の基底ベクトル (g_x, g_y, g_z) に対する方向余弦である。

通常の計算では、式(2)の離散化式から増分関係式を求め、ニュートンラプソン法により収束計算を行う。

3. 解析結果

収束計算が不要な簡単な例として、2. で求めた伝達式を用いて、図-2に示すような曲げモーメント $\bar{M}_x^c$ (一定) と

ねじりモーメント $\bar{M}_z^c$ が連成した片持バリの

について解析を行った。図-3は、ねじりモーメント $\bar{M}_z^c$ も0から20 t-mまで増加させた場合における片持バリの自由端のy軸方向の変位を示したものである。図-4

は、 $\bar{M}_z^c$ の10から20 t-mの各値における片持バリの変形状態を示したものである。

図-4.1は三次元的に、

図-4.2から4.4はそれぞれZ-Y, X-Y, Z-X平面に投影した場合を示した。なお、ここでは、片持バリの要素分割を700として計算している。

<参考文献>

1) 後藤・松浦・長谷川：充実断面空間構材の有限変位理論の一定式化，構造工学論文集，Vol.31 A, 1985-3 2) 後藤・松浦・長谷川・西野：A NEW FORMULATION OF FINITE DISPLACEMENT THEORY OF CURVED AND TWISTED RODS，土木学会論文集，No. 362, 1985-10 3) 阿井・村上：伝達関数法による面内曲げ有限変位問題の解析，土木学会論文報告集，No. 341, 1984-1

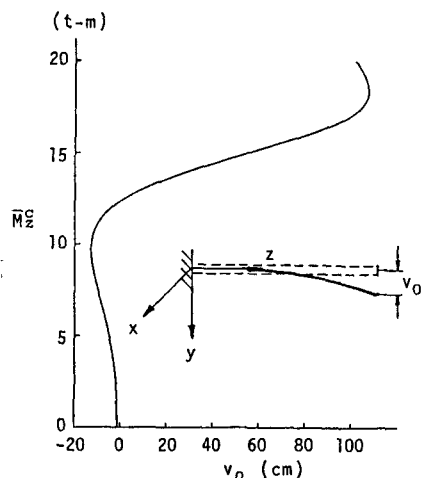


図-3 ねじりモーメント $\bar{M}_z^c$ と変位 v_0 の関係

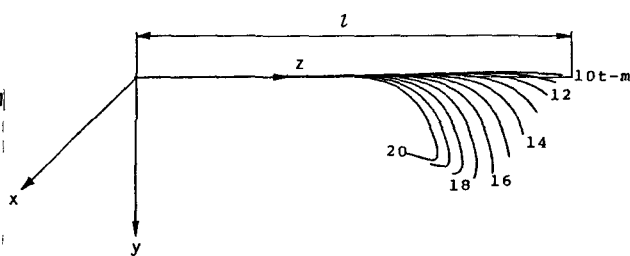


図-4.1 変形状態 (三次元)

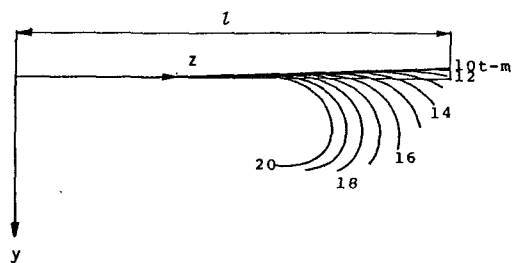


図-4.2 変形状態 (z-y平面)

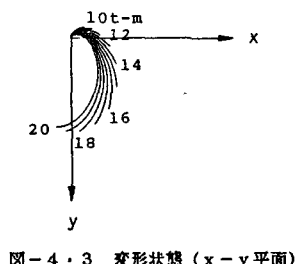


図-4.3 変形状態 (x-y平面)

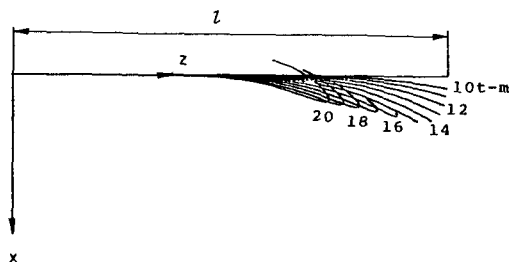


図-4.4 変形状態 (z-x平面)