RC構造物の振動解析における固有ベクトルの同定

名古屋大学　学生会員　伊沢二朗
名古屋大学　学生会員　○本田芳宏
名古屋大学　正会員　田辺忠顕

1．はじめに

近年、大型の重要な施設がRC構造物として作製される趨勢にあるが、その場合には耐震性に関する検討が一段と重要となっている。コンクリート構造物の振動解析は従来、部材の断面、寸法、配筋状態から[M]，[C]，[K]の各振動係数マトリックスを導き、適当に履歴法則を仮定して行なっていた。しかし構造物が複雑な場合には、この種の方法では構造物の各点の振動応答を十分に精度よく推定する事が、困難のように考えられる。例えば、本大学の若林らの研究では一方向については計算値と実験値は比較的よい対応を示しているが、その他の方向では、かなり異った値となっている。これは、ねじり等の履歴法則の仮定の誤差，断面剛性の推定誤差等に起因するものと思われる。そこで本研究では最近の振動パラメーター同定手法を応用して、逆に、振動実験の結果から、固有値、固有ベクトルを求める事を試みた。得られた固有ベクトルと、部材断面から得られる固有ベクトルを比較して、その差異の原因が究明されれば、よりよい振動モデルが得られる事になる。本報告の範囲内では、上記の理論的な導入を行なう事、および、実験値から得られた固有ベクトルの1例を示すことにする。

2、実験値

図1のような正方形型の2層立体ラーメンの天端スラブに、ねじり振動が加わるように載荷し、テーブル起振機上で振動実験を行なった。得られた加速度応答値は、図2a~cに示される振動軸方向、振動軸直角方向，回転方向の値であるが、図3のようなランダム起振によるものであるため、これを3節に述べる正弦起振の式に適応させるように、応答加速度のフーリエスペクトルと起振加速度のフーリエスペクトルとの比をとり、近似的に正弦起振における加速度応答値として取り扱う。

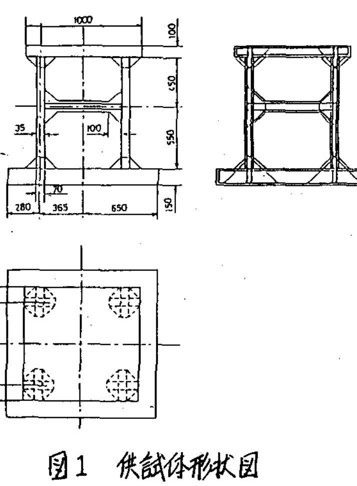

図1　供試体形状図

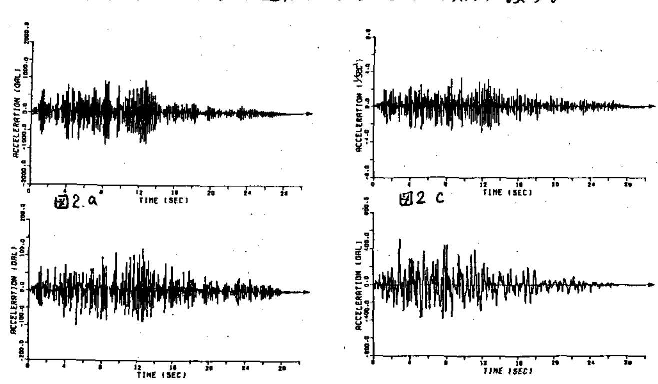

図2　加速度応答値　　図3　起振加速度

3、固有値. 固有ベクトル

ある点における多自由度振動方程式

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

においては、定常正弦起振の場合の解は次式で表される。

$$\{X\} = \sum_{r=1}^{N} \left[\frac{\{U_r\}^T\{F\}\{U_r\}}{a_r(i\omega - P_r)} + \frac{\{\bar{U}_r\}^T\{F\}\{\bar{U}_r\}}{\bar{a}_r(i\omega - \bar{P}_r)} \right] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

ここに、ωは起振円振動数、P_r, $\bar{P}_r$は複素固有値, $\{U_r\}$, $\{\bar{U}_r\}$は複素固有ベクトル, a_r, $\bar{a}_r$はスカラー量である。観測対象となるモード次数を決めておき、その次数より小さい固有円振動数ω_rについては$\omega_r \ll \omega$とし、また大きい場合には$\omega_r \gg \omega$と考えると、(2)式は次のような近似式となる。

$$\{X\} = \frac{1}{\omega^2}\{V_0\} + \sum_{r=1}^{N} \left[\frac{\{V_r\}}{i\omega - P_r} + \frac{\{\bar{V}_r\}}{i\omega - \bar{P}_r} \right] + \{V_{N+1}\} \quad \cdots\cdots (3)$$

ここに　$\{V_r\} = \alpha_r\{U_r\}$,　$\{\bar{V}_r\} = \bar{\alpha}_r\{\bar{U}_r\}$　　(α_r, $\bar{\alpha}_r$ はスカラー)

固有ベクトル $\{U_r\}$ は、(3)式と各観測点における観測応答値との近似誤差の絶対値の自乗和をとり、各観測点について個別に、最小自乗法で、$\{V_r\}$ について解くことによって得られる。[1]

4. 結果と考察

2、3節によって得られた固有振動数, 固有ベクトルを表1に示す

表1　固有振動数および固有ベクトル

		1次モード形	2次モード形	3次モード形
固有振動数 (Hz)		5.22	6.96	7.93
モ	実部	$2.65*10^{-7}$	$1.32*10^{-6}$	$8.28*10^{-7}$
	虚部	$-2.39*10^{-7}$	$-3.23*10^{-7}$	$4.84*10^{-7}$
｜	実部	$6.42*10^{-10}$	$3.00*10^{-7}$	$-1.48*10^{-7}$
	虚部	$-5.20*10^{-9}$	$7.31*10^{-8}$	$4.85*10^{-7}$
ド	実部	$3.14*10^{-13}$	$1.47*10^{-10}$	$-7.16*10^{-11}$
	虚部	$-2.54*10^{-12}$	$3.57*10^{-11}$	$2.37*10^{-10}$

得られた固有ベクトルが複素型になるということは、減衰マトリックスがレーリータイプではないことを示している。また、問題点としては、(1)式の $\{X\}$ は定常解であるが、本研究における実験ではランダム波を用いており、それを定常正弦波形に近似させている点にある。さらに、振動実験の過程で、供試体に剛性低下が起こる事が考えられるが、ここではそれを考慮していない。

5、参考文献

(1) 花田和史・上島照幸　「強制振動実験のデータ分析手法」　電力中央研究所報告