

不動点反復法による交通モード均衡の計算法

岐阜大学 正会員 宮城 俊彦
岐阜大学 正会員 ○大野 栄治

1. はじめに

本研究の目的は、交通機関分担モデルがロジット公式で与えられる場合の機関分担・配分の同時推定問題に対する新しい解法を提案することである。本研究の対象とする同時推定問題では、各々のモードあるいはルートの交通費用が互いの利用交通量に依存し合う状況を想定している。したがって、ここでは交通費用のヤコビ行列が非対称となりBeckmann型の数理最適化問題として定式化できない。しかし、不動点定理によればこの同時推定問題には不動点が存在するので、均衡解が存在すると考えられる。本研究では、このような性質をもつ機関分担・配分の同時推定問題に対し、二つのアプローチを示している。一つは、モードおよびルートで構成される選択代替案の費用関数に逆関数が存在する場合のアプローチであり、これについては一部報告済みである¹⁾。そして、もう一つは、費用関数に逆関数が存在しないようなより一般的な問題に対するアプローチであり、強制的に縮小写像を構成する逐次内点近似法を提案している。

2. ネットワーク均衡問題の設定

従来交通需要予測においてはモード選択とルート選択を別の次元で考えていたが、現実にはほぼ同時に意思決定がなされている。そこで、同じルートでもモードが異なれば別の代替案とし、モード選択とルート選択を同時に推定するモデルを構築する。

さて、交通機関の利用者を合理的経済人として位置付け、彼等が自分の効用を最大するように選択行動をすることを考える。ここで、利用者の交通行動における効用関数が代替案を利用するときにかかる費用で構成されると仮定するならば、ランダム効用理論から導かれたロジット選択公式より、次のようなトリップ需要関数が得られる。

$$d_i = \frac{D \exp(-\alpha C_i)}{\sum_j \exp(-\alpha C_j)} \quad (1)$$

d_i : 代替案*i*の需要量 D : 総需要量
 C_i : 代替案*i*の費用 α : パラメーター

ここで、代替案*i*を利用する場合の費用 C_i は、単に直接負担する貨幣費用ばかりではなく、時間的損失や混雑による不快さも算定すべきである。都市内交通の場合、貨幣費用よりもむしろ時間費用および混雑費用を主に考慮して選択行動をされると考えられる。本研究では、次式のようなトリップ費用関数を使用する。

$$C_i = \sum_a \delta_a^i \left[\frac{L_a}{V_a} \left\{ 1 + \beta \left(\frac{F_a}{Q_a} \right)^\gamma \right\} \right] \quad (2)$$

$$\delta_a^i = \begin{cases} 1 & \text{リンク}a\text{がルート}i\text{上に存在するとき} \\ 0 & \text{そうでないとき} \end{cases}$$

L_a, V_a, F_a, Q_a : それぞれ、リンク*a*の長さ、法定速度、交通量、可能容量

β, γ : パラメーター

ここで、リンク*a*の交通量は、そこを通る代替案の需要量の関数で表すことができる。それゆえ、ネットワーク・フローが均衡状態にある場合、(1)(2)式より、次のような不動点関係式が成立している。

$$d^* = H[d^*] \quad (3)$$

d^* : 均衡フローパターン

以上の議論により、ネットワーク均衡問題は、(1)(2)式の関数で構成される不動点問題として設定できる。

3. 不動点反復法によるアプローチ

前節の(1)(2)式の連立方程式で設定される不動点問題の解法として、次に示す単純反復法がある。

Step 0. $k \leftarrow 0$

Step 1. $k \leftarrow k+1$ とし、 $\{d_k^i\}$ を(2)式に与え、 $\{C_k^i\}$ を求める。

Step 2. $\{C_k^i\}$ を(1)式に与え、 $\{\bar{d}_k^i\}$ を求める。

Step 3. $|d_k^i - \bar{d}_k^i| < \epsilon$ ならば、 $\{d_k^i\} = \{d_i^*\}$ とする。
そうでないならば、 $\{d_k^i\} \leftarrow \{\bar{d}_k^i\}$ とし、Step 1へ戻る。 $(\epsilon$: 誤差判定値)

しかし、このような手順による反復計算が必ずしも収束するとは限らない。すなわち、反復関数 H が縮小写像関数でない場合、反復計算が発散するという現象が生じる。そのとき、(3)式を次のように変形する。

$$d^* = H^{-1}[d^*] \quad (4)$$

すると、反復関数 H^{-1} は縮小写像関数となり、反復計算は収束して均衡解を求めることができる。そこで、まず(1)式のトリップ需要関数の費用差に関する逆関数は、次式で与えられる。

$$C_i - C_j = -\frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{d_i}{d_j} \right) \quad (5)$$

また、(2)式のトリップ費用関数の交通需要に関する逆関数は、 $\gamma = 1$ のとき、次式のようにになる。

$$\begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ij} \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} C_i - C_j - A_{i0} \end{pmatrix} \quad (6)$$

A_{i0}, A_{ij} : パラメーター n : 代替案数
したがって、(5)(6)式で与えられる非線形連立方程式は、(4)式で与えられるもう一つの不動点問題であり、前に示した単純反復法を(5)(6)式に適用することにより均衡解を求めることができる。

さて、ここで問題となるのは、反復関数に逆関数が存在しない場合である。さらに、(2)式を(6)式のように変形できない場合($\gamma \neq 1$ の場合)である。後者は非常に現実的な問題であり、図-1からも判るように、 $\gamma = 1$ よりも $\gamma > 1$ の場合の方が現実をよく反映していると考えられる。

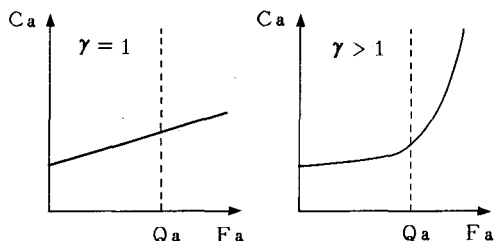


図-1 リンク費用の関数型

ところが、 $\gamma > 1$ と仮定すると、(2)式は(6)式のように変形できない。(1)(2)式を反復関数とする不動点問題が常に不動点をもつことは明らかであり、したがって、何等かの方法で均衡解を求めることができると考えられる。本研究で提案する方法は、以下のような手順を踏むものであり、(3)式で表される不動点問題の反復関数Hが縮小写像関数でない場合には、強制的に縮小写像を与えるようなアルゴリズムを構成して均衡解を求める方法である。

Step 0. $k \leftarrow 0$

Step 1. $k \leftarrow k+1$ とし、 $\{d_i^k\}$ を(2)式に与え、 $\{C_i^k\}$ を求める。

Step 2. $\{C_i^k\}$ を(1)式に与え、 $\{\bar{d}_i^k\}$ を求める。

Step 3. $|d_i^k - \bar{d}_i^k| < \epsilon$ ならば、 $\{\bar{d}_i^k\} = \{d_i^*\}$ とする。
そうでないならば、 $\{d_i^{k+1}\} \leftarrow \omega d_i^k + (1-\omega)\bar{d}_i^k$ とし、Step 1へ戻る。 $(0 < \omega < 1)$

ここで、2モード選択の場合を考え、この手法を図解すると図-2のようになる。図-2から判るように、均衡点 d_i^* は d_i^0 と $\bar{d}_i^0$ の間に存在するので、この手法によって常に解が求まるように思われる。しかし、反復関数が縮小写像関数でないとき、図-3のように反復計算が振動して求まらない。

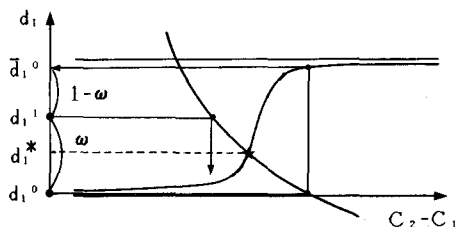


図-2 不動点問題の解法

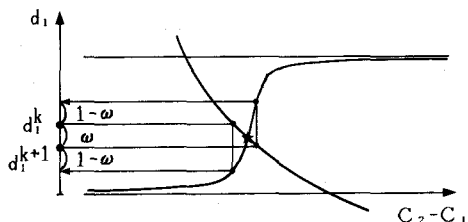


図-3 反復計算が振動して均衡解が求まらない場合

したがって、図-3における d_i^k と d_i^{k+1} の間隔を微小に刻むように ω を設定し、強制的に反復関数が縮小写像関数となるようにする。このとき、 ω の大きさは均衡解の誤差の大きさに依存するパラメーターとなる。

4. 計算例

ここで、ノード数5、リンク数10、代替案数11(自動車8、バス2)の単一ODネットワークを設定し、(2)式において $\beta = 2.62$ および $\gamma = 5$ としたトリップ費用関数を用いてシュミレーションを行なった。紙面の都合により、シュミレーションの詳細は講演時に発表することによって割愛するが、その結果より次のことがいえる。すなわち、利用者はWardropの等費用原則に従ってルート(モード)選択をしているわけではないが、ロジット選択公式のパラメーター α を大きくするにつれてルート(モード)間の費用差が小さくなる傾向にある。

5. まとめ

この方法によるネットワーク均衡問題へのアプローチは、代替案の列挙という煩雑な問題を抱えている。それゆえ、代替案数が比較的少ない広域ネットワーク(航空機、高速鉄道、高速道路、大型フェリー等で構成される都市間のネットワーク)の計画には有効である。しかし、この問題点を除けば、この方法は消費者行動理論に基づくものであるため、社会情勢の変化を反映する交通需要予測ができると考えられる。この問題解決が今後の課題である。

<参考文献>

- 1) 宮城、大野 (1985)『交通機関分担を考慮したネットワーク均衡問題』土木計画学研究講演集 Vol.7