

均 衡 確 率 配 分 法 に 関 す る 研 究

岐阜大学 正 会 員 宮城俊彦
 ○岐阜大学 学生会員 小嶋幸則
 岐阜大学 学生会員 小川俊幸

1. はじめに

近年、交通配分モデルとして、利用者行動論的裏付けをもつ新しい配分モデルが提案されている¹⁾。この均衡確率配分モデルは、ランダム効用理論に基づいて共役性理論から誘導され、決定論的立場の利用者均衡配分、確率論的立場のDial法²⁾の両手法を統合したモデルであり、トレード・オフ・パラメータに応じて、確率配分から利用者均衡配分にわたる広い範囲のフローパターンを表現しうる。実際の交通パターンは、利用者均衡配分と確率配分の中間に位置すると考えられ、このような状況を再現できる配分モデルであるという意味で均衡確率配分モデルは望ましい。本研究では、このモデルを岐阜市道路ネットワークに適用し、実際ネットワークへの適合性を考察することを目的とする。

2. 均衡配分モデルの概要

(1) モデル

利用者の効用最大化行動と結び付けられて誘導された均衡確率配分モデルは次式で定式化される。

$$S(C) = \min_x \frac{1}{\alpha} \sum_{k \in Z} \sum_{r \in P_k} X_r^k \ln X_r^k + \sum_{a \in L} \int_0^{f_a} C_a(f) df \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{r \in P_k} X_r^k = X^k, \quad X_r^k \geq 0 \quad (2)$$

$S(\cdot)$: 径路選択に伴う最大効用の期待値

X_r^k : ODペア k での r 番目径路の利用者交通容量

f_a : リンク a のリンク交通量

L : リンク集合

Z : ODペア集合

X^k : ODペア k の交通需要量

P_k : 径路集合

α : パラメータ

モデル(1)は、ODペア k での径路選択に使う効用が次式に示す加法的ランダム効用によって記述できるという仮定の下で誘導されたものである。

$$\tilde{U}_j^k = V_j^k + \tilde{\mu}_j^k \quad k \in Z, j \in P_k \quad (3)$$

$\tilde{U}_j^k$: ODペア k での径路 j を選択する1トリップの効用

V_j^k : ODペア k で径路 j を選択する1トリップの測定できる効用
 $\tilde{\mu}_j^k$: 誤差項

ここで、測定できる効用 V_j^k を所要時間の安さ、 $-C_j^k$ で表し、誤差項である $\tilde{\mu}_j^k$ がガンベル分布をすると仮定すると、径路選択に伴う最大効用の期待値 S^k は次式で与えられる。

$$S^k(C) = -\frac{1}{\alpha} \ln \sum_{j \in P_k} \exp(-\alpha C_j^k) \quad (4)$$

α は次式に示す分散 σ^2 に関するパラメータである。

$$\alpha^2 = \frac{\pi^2}{6 \sigma^2} \quad (5)$$

ネットワーク全体での効用 S は次式で与えられる

$$S = \sum_{j \in Z} X^k S^k(C) \quad (6)$$

が、共役性理論によれば、式(6)はまた、式(1)によっても与えられることが明らかにされている。

(2) 解法

式(1)、(2)で与えられる最適化問題に Frank-Wolfe 法を適用することによって、Dial法による反復計算の反復時点で求められたリンクフローを f^m とすると

$$f^{m+1} = f^m + \frac{1}{m} (y^m - f^m) \quad (7)$$

となる。ここに y^m は式(8)で与えられDial法により計算できる。

$$y_l = \sum_{k \in Z} \sum_{r \in P_k} \delta_{l,r}^k X_r^k \frac{\exp(-\alpha C_r^k)}{\sum_{r \in P_k} \exp(-\alpha C_r^k)} \quad (8)$$

$$\delta_{l,r}^k = \begin{cases} 1: \text{リンク} l \text{ が径路} r \text{ 上に存在するとき} \\ 0: \text{それ以外のとき} \end{cases}$$

この手法では一定ステップ幅($1/m$)を使用するが、解が収束することは理論的に証明されている³⁾。

3. 適用結果

配分対象ネットワークは昭和46年岐阜市ネットワークで、規模はノード数172(域内セントロイド36、域外セン

トロイド12、中間ノード124)、リンク数550、48ゾーンである。パフォーマンス関数は修正BPR関数を使用し、次式で定義する。

$$C_l = \frac{L_l}{V_l} \left(1 + 2.62 \left(\frac{f_l}{Q_l} \right)^5 \right) \quad (9)$$

L_l : リンク l のリンク長

V_l : リンク l の法定速度

Q_l : リンク l の交通容量

f_l : リンク l の利用交通量

本研究では、リンク費用は所要時間で代表されると仮定しており、均衡計算の判定には、次式で定義される10%収束値を用いている。

$$\left| \frac{f_i^{m+1} - f_i^m}{f_i^{m+1}} \right| \leq 0.1 \quad \text{for all } i \quad (10)$$

目的関数(1)式は、 $\alpha \rightarrow \infty$ にすれば利用者均衡配分法になり、 $\alpha \rightarrow 0$ では σ^2 が ∞ になりランダムな配分になる。図-1は α の変化に伴う実測値と計算値のTeilの不一致係数(U)の軌跡を図示したものであるが、以下のことが言えよう。

① α に関し、Teilの不一致係数(U)を最小にする α が存在する。(図-1では $\alpha=1.63$)

② この例では、 $\alpha=6.00$ 程度の有限値で利用者均衡配分となり、中間値において最も適合度が良く、現実の径路選択は、利用者均衡とランダムに径路選択をする場合の中間に位置すると考えることができる。

表-1は、前の研究で報告されたCATS法、5分割法²⁾と均衡確率配分法の適合度の比較を示したものである。ただし、今回の均衡確率配分法は、前の研究に使われたネットワークでリンク容量の設定に問題のあった箇所を若干修正している。この点を加味したとしても、表-1より、均衡確率配分法が最も優れた精度を示し既存の手法に比べ、最も現実的フローパターンを再現できると言えよう。

4. 今後の課題

本研究では、 α を順次変化させ計算を行ったが、径路交通量が既知であれば最尤推定法、あるいは共役性理論より推定できることが明らかにされている⁹⁾。しかし、より現実的にはリンク交通量から α が推定できる方が望ましく、今後の課題としたい。また、同市の他年度のネットワークや、他市のネットワークにこのモデルを適用し、 α の時間的、空間的移転可能性について考察することも課題の1つとなろう。

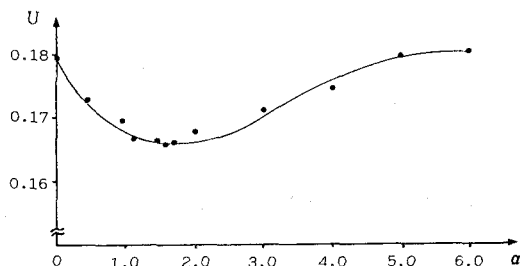


図-1 α に伴う不一致係数(U)の変化

表-1 適合度の比較(岐阜市)

Teilの不一致係数		
CATS法	5分割法	均衡確率配分法
0.270	0.283	0.167*

* $\alpha=1.63$ 反復回数9回

【参考文献】

- 1) 宮城俊彦、小川俊幸(1985) 共役性理論を基礎とした交通配分モデルについて、土木計画学研究・講演集 No. 7
- 2) Dial, R. (1971) A probabilistic multipath traffic assignment model which obviates path enumeration, Trans. Res., Vol.5, pp.83-111.
- 3) Powell, W.B. and Y. Sheffi (1982) The convergence of equilibrium algorithms with pre-determined step size, Trans. Sci., Vol.16 No.1, pp.45-55.
- 4) Fisk, C. (1977) Note on the maximum likelihood calibration on Dial's assignment method, Trans. Res. Vol.11, pp.67-68.
- 5) 加藤 晃、宮城俊彦、平岡 隆(1979) 最短径路原則に基づく交通配分の比較・検討、交通工学 Vol.14, No.7, pp.3-11.