バス路線別評価手法に関する一考察

名古屋工業大学　正会員　溝上章志
名古屋大学　正会員　河上省吾

1、はじめに

経済学における社会的余剰最適化問題は、交通経済学特有の時間や距離等の質の問題を主要なテーマとせず、財の量だけを変数とした場合の価格理論を構成している場合が多い。しかし、交通計画においては、交通サービスの質の社会的最適化の問題を回避できない。本研究では、バス輸送システムに対する需要関数が既知である場合の、単一バス路線のサービス水準を評価するための手法を提案する。さらに、交通サービス供給側の評価基準である利潤最大化の解との関係、当該バス路線沿線の潜在需要と社会的余剰最適解との関係を明らかにすることを目的としている。以下では、単純化のために、交通サービスの質をバス輸送総台·Km で表わす。運行頻度を用いずに輸送総台·Kmを用いたのは、路線延長lをモデルの中で内生的に考慮するためである。

2、モデル

公企業で運営されるバス輸送サービスの社会的便益を評価する基準として最も妥当であると考えられるのは、料金収入が総費用を下回らないという制約条件下で、輸送台·Kmを社会的に最適にできるか否かということであろう。今、運賃P，総利用者数q_B、輸送台·Km $F(=fl)$、総費用関数を$C=C(q_B,F)$とする。バス輸送需要関数q_Bは、運賃$P=P(q_B,F;N)$の逆関数として表現できるものとする。なお$\partial P/\partial q_B<0$, $\partial P/\partial F>0$, $\partial C/\partial q_B>0$, $\partial C/\partial F>0$と仮定する。バス運営者は、q_B, Fを制御して次の評価基準を満足するように行動する。

$$
\begin{aligned}
&\text{利潤}\ \Pi = P(q_B,F;N)\cdot q_B - C(q_B,F) \rightarrow max \\
&\qquad s.t.\quad P(q_B,F;N)\cdot q_B - C(q_B,F) \geq 0
\end{aligned}
\tag{1}
$$

一方、社会的に望ましい資源の配分は、次の最適化問題の解で与えられる。

$$
\begin{aligned}
&\text{社会的余剰}\ W = \int_0^{q_B} P(x,F;N)\,dx - C(q_B,F) \rightarrow max \\
&\qquad s.t.\quad P(q_B,F;N)\cdot q_B - C(q_B,F) \geq 0
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Nは、当該バス路線の潜在的利用者であり固定値とする。一般の需要関数は、トリップの1単位増加に認める価値として定義され、Nの値は不明であるが、バス路線のサービス変化が総トリップ数（たとえば、新設路線沿線への立地による総発生トリップ）まで変化させるとは考えにくいことから、逆需要関数$P(q_B,F;N)$は、他交通機関との分担逆需要関数として定義した方が現実的である。

3、収支条件下の社会的余剰最適解の性質

社会的余剰が最大となるための必要条件は、

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\int_0^{q_B}\frac{\partial P(x,F;N)}{\partial F}dx - \frac{\partial C(q_B,F)}{\partial F} + \mu\left\{\frac{\partial P(q_B,F;N)}{\partial F}\cdot q_B - \frac{\partial C(q_B,F)}{\partial F}\right\} = 0 \\
&P(q_B,F;N) - \frac{\partial C(q_B,F)}{\partial q_B} + \mu\left\{P(q_B,F;N) + \frac{\partial P(q_B,F;N)}{\partial q_B}\cdot q_B - \frac{\partial C(q_B,F)}{\partial q_B}\right\} = 0 \\
&P(q_B,F;N)\cdot q_B - C(q_B,F) \geq 0 \\
&\mu\left\{P(q_B,F;N)\cdot q_B - C(q_B,F)\right\} = 0 \\
&\mu \geq 0
\end{aligned}
\right.
\tag{3}
$$

によって与えられる。この必要条件は、物理的には次の2つのケースを表わしている。

(i) $\mu=0$，$P(q_B,F;N)\cdot q_B - C(q_B,F) \geq 0$ のとき

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\int_0^{q_B}\frac{\partial P(x,F;N)}{\partial F}dx - \frac{\partial C(q_B,F)}{\partial F} = P(q_B,F;N) - \frac{\partial C(q_B,F)}{\partial q_B} = 0 \\
&P(q_B,F;N)\cdot q_B - C(q_B,F) \geq 0
\end{aligned}
\right.
\tag{4}
$$

を満足する点が最適解となる。これは、需要曲線Dが平均費用曲線ACよりも高い運賃で限界費用曲線MCと交わる場合で、最適料金は限界費用に一致する（図-1参照）。一方、問題(1)の必要条件は、次のようになる。

$$
\left\{
\begin{aligned}
&(1+\lambda)\left\{\frac{\partial P(q_B,F;N)}{\partial F}\cdot q_B - \frac{\partial C(q_B,F)}{\partial F}\right\} = 0 \\
&(1+\lambda)\left\{P(q_B,F;N) + \frac{\partial P(q_B,F;N)}{\partial q_B}\cdot q_B - \frac{\partial C(q_B,F)}{\partial q_B}\right\} = 0
\end{aligned}
\right.
$$

$$
\begin{cases}
P(q_b,F;N)\cdot q_b - C(q_b,F) \geq 0 \\
\lambda\{P(q_b,F;N)\cdot q_b - C(q_b,F)\} = 0 \\
\lambda \geq 0
\end{cases}
\tag{5}
$$

ここで注意することは、$1+\lambda>0$ より、制約条件なしの利潤πの最適点は $P(q_b,F;N)\cdot q_b - C(q_b,F) \geq 0$ を満足する制約集合の外に存在することはないということである。つまり、問題(1)の解では、常に

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial P(q_b,F;N)}{\partial F}q_b - \dfrac{\partial C(q_b,F)}{\partial F} = 0 \\
P(q_b,F;N) + \dfrac{\partial P(q_b,F;N)}{\partial q_b}q_b - \dfrac{\partial C(q_b,F)}{\partial q_b} = 0
\end{cases}
\tag{6}
$$

が成立する。一般に $\frac{1}{q_b}\int_0^{q_b}\frac{\partial P(x,F;N)}{\partial F}dx > \frac{\partial P(q_b,F;N)}{\partial F}$ であるから、問題(1)の最適点においては、$\partial W/\partial F>0$, $\partial W/\partial q_b>0$ となる。Wは問題(2)のラグランジュ関数である。以上のことから、社会的余剰最適となるのは、サービス水準、利用者数とも、利潤最大となるサービス水準・利用者数よりも大きい点で達成される。

(ii) $\mu>0$, $P(q_b,F;N)\cdot q_b - C(q_b,F) = 0$ のとき

DがMCよりも安い運賃でACと交わる場合であり、最適解の必要条件は、

$$
\begin{cases}
\int_0^{q_b}\dfrac{\partial P(x,F;N)}{\partial F}dx - \dfrac{\partial C(q_b,F)}{\partial F} > 0 \ ,\quad P(q_b,F;N) - \dfrac{\partial C(q_b,F)}{\partial q_b} > 0 \\
-\mu = \dfrac{\partial W/\partial q_b}{\partial \pi/\partial q_b} = \dfrac{\partial W/\partial F}{\partial \pi/\partial q_b} \\
C(q_b,F) - P(q_b,F;N)\cdot q_b = 0
\end{cases}
\tag{7}
$$

となる。この点においても(i)と同様に $\partial W/\partial F>0$、$\partial W/\partial q_b>0$ が成立し、(ii)の場合には利潤最適点で社会的余剰も最適となる（図-2参照）。

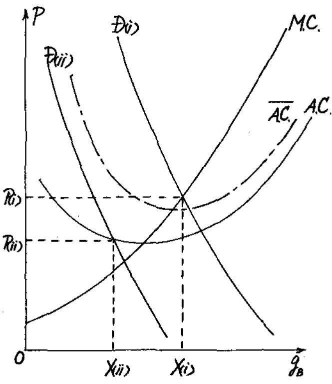

図-1 社会的余剰最適点

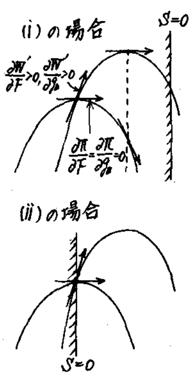

図-2 最適解の性質

社会的余剰最適解は、(i)、(ii)のいずれかのケースで決定されるが、潜在需要Nの大きさ、あるいはD、MC、AC曲線の形状によって解が存在しない場合がある。特に現実の問題においては、Nが小さく、AC曲線が$q_b=0$付近で極めて大きな値をとる場合であり、赤字路線はこの場合にあてはまるものと考えられる（図-1の$\overline{AC}$参照）。

4. 路線別評価法

前節までは、Fとq_bとを任意に制御できると仮定したが、現実のバス路線の運営状況を評価するためには、料金が $P(q_b,F;N)=\overline{P}$ に設定されているという条件のもとで、収支制約条件下の社会的余剰最適解と実績台kmとの比較を行なう必要がある。この場合にも(i)、(ii)のいずれかのケースで解が求まり、潜在需要量Nの関数として、図-3に示すような最適交通サービスが決定される。N_1は収支制約条件を満足しない場合の境界であり、N_2は解がケース(i)、(ii)のいずれで決まるかの境界値である。このN_1, N_2によって、当該バス路線の持つ性格付けができると同時に、実際の路線実績値をプロットすることによって各路線のサービス供給達成度の評価を行なうことができる。計算例は発表時に報告する予定である。

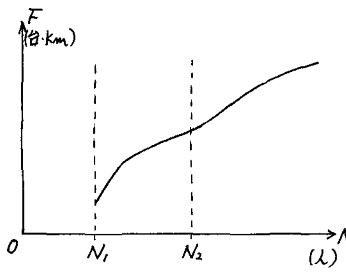

図-3 最適交通サービスのモデル図

5. おわりに

実際の計算には、$C=C(q_b,F)$ の正確な同定が重要であり、運賃、総台km以外のサービスの質をパラメータとした最適交通サービス図を提示する必要がある。

〈参考文献〉 井上博司：都市高速道路の最適規模と料金水準に関する2,3の考察，土木学会論文報告集，No.336，pp.121-131，1983　寺田一薫；公共旅客輸送における社会的最適便数，高速道路と自動車，Vol.27，No.6，pp.21-27，1984